

---

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2)  
*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.; doc. dr Marko Mišić  
*Asistenti:* Sanja Delčev, dipl. ing.; Maja Vukasović, dipl.ing.;  
Balša Knežević, dipl.ing.  
*Ispitni rok:* Prvi deo ispita (januar 2021.)  
*Datum:* 28.01.2021.

*Kandidat\*:* \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa\*:* \_\_\_\_\_

*Prvi deo ispita traje 60 minuta. Napuštanje sale nije dozvoljeno tokom prvih 60 minuta.  
Upotreba literature nije dozvoljena.*

<i>Zadatak 1</i>	_____	/30	<i>Zadatak 3</i>	_____	/25
<i>Zadatak 2</i>	_____	/20	<i>Zadatak 4</i>	_____	/25

**Ukupno na prvom delu ispita:** \_\_\_\_\_/100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumnu pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

\* popunjava student.

---

1. [30] Implementirati u psuedokodu funkciju koja u stablu binarnog pretraživanja na koje ukazuje pokazivač *root* pronalazi najmanji ključ koji je veći od *X*. Napomena: čvor sa ključem *X* ne mora da postoji u stablu. Smatrati da čvor stabla sadrži samo polje ključa i pokazivače na levo i desno podstablo.

FIND SMALLEST GREATER NODE(*root, X*)

2. [20] Napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju interpolacionog pretraživanja. Smatrati da je niz koji se pretražuje uređen opadajuće.

INTERPOLATION SEARCH DEC(*arr, n*)

3. [25] U inicijalno prazno AVL stablo redom se dodaju ključevi 47, 52, 12, 15, 23, 38, 2, 78, 99, 49 i 51, a potom se uklanjaju ključevi 38 i 47. Prikazati operacije po koracima. Pri ukljanjanju ključeva koristi se **prethodnik**.

4. [25] Optimalno stablo pretraživanja

a) [10] Definirati pojam optimalnog stabla pretraživanja. Formalno navesti i objasniti cenu takvog stabla. Pod kojim uslovom se ovakvo stablo može formirati?

b) [15] Neka je poznat skup ključeva sa verovatnoćama uspešnog i neuspešnog pretraživanja u zadatim tabelama.

$K_i$	<b>22</b>	<b>29</b>	<b>35</b>
$p_i$	0,3	0,2	0,1

$K_i$	$K_i < 22$	$22 < K_i < 29$	$29 < K_i < 35$	$35 < K_i$
$q_i$	0,1	0,1	0,15	0,05

---

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2)  
*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.; doc. dr Marko Mišić  
*Asistenti:* Sanja Delčev, dipl. ing.; Maja Vukasović, dipl.ing.;  
Balša Knežević, dipl.ing.  
*Ispitni rok:* Drugi deo ispita (januar 2021.)  
*Datum:* 28.01.2021.

*Kandidat\*:* \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa\*:* \_\_\_\_\_

*Drugi deo ispita traje 60 minuta. Napuštanje sale nije dozvoljeno tokom prvih 60 minuta.  
Upotreba literature nije dozvoljena.*

<i>Zadatak 1</i>	_____	/20	<i>Zadatak 3</i>	_____	/25
<i>Zadatak 2</i>	_____	/30	<i>Zadatak 4</i>	_____	/25

**Ukupno na drugom delu ispita:** \_\_\_\_\_/100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumnu pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

\* popunjava student.

---

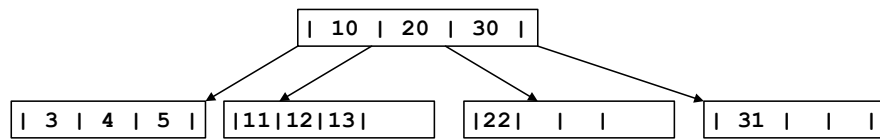
1. [20] Napisati funkciju u pseudokodu koja u zadanom *trie* stablu nalazi broj ključeva koji sadrže zadati string kao podstring. Dozvoljena je i upotreba rekurzije.

NUM-KEYS-SUB(*root*, *substring*)

2. [30] Neka se u datom B+ stablu reda  $m$  čuvaju fajlovi iz nekog fajl sistema. Ključ predstavlja apsolutnu putanju do fajla kome odgovara u fajl sistemu. Implementirati funkciju koja vraća broj fajlova u nekom direktorijumu čija je apsolutna putanja prosleđena toj funkciji, ukoliko je dostupna funkcija *greater\_than* koja određuje prema leksikografskom poretku odnos dva ključa, i funkcija *in\_directory* koja vraća indikator da li se prosleđeni fajl nalazi u prosleđenom direktorijumu.

FILE NUM(*root, dir, m*)

3. [25] U inicijalno B stablo sa slike, reda  $m = 4$ , umeću se sledeći ključevi: 24, 27, 25, a zatim se redom brišu ključevi 22, 24, 25, 27. Nacrtati izgled B stabla nakon svake od navedenih izmena.





4. [25] Opšta stabla pretraživanja

- a) [10] Definirati i objasniti fiksnu strukturu čvora kod stabala opšteg pretraživanja.
- b) [15] Ukoliko je potrebno da se jedan čvor stabla smesti u blok na disku veličine 1KB, odrediti izraz za optimalan red stabla  $m$ . Smatrati da ključ i adrese zauzimaju 4B.

---

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2)  
*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.; doc. dr Marko Mišić  
*Asistenti:* Sanja Delčev, dipl. ing.; Maja Vukasović, dipl.ing.;  
Balša Knežević, dipl.ing.  
*Ispitni rok:* Treći deo ispita (januar 2021. godine)  
*Datum:* 28.01.2021.

*Kandidat\*:* \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa\*:* \_\_\_\_\_

*Treći deo ispita traje 60 minuta. Napuštanje sale nije dozvoljeno tokom prvih 60 minuta.  
Upotreba literature nije dozvoljena.*

<i>Zadatak 1</i>	_____	/25	<i>Zadatak 3</i>	_____	/25
<i>Zadatak 2</i>	_____	/30	<i>Zadatak 4</i>	_____	/20

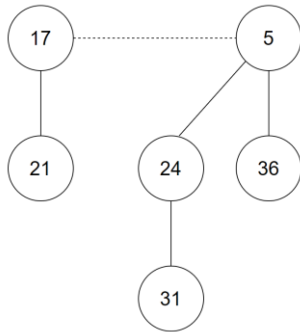
**Ukupno na trećem delu ispita:** \_\_\_\_\_/100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumnu pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

\* popunjava student.

---

1. [25] U binomni hip sa slike redom se dodaju ključevi 7, 49, 32 i 9, a potom se četiri puta za redom uklanja minimalni ključ. Prikazati stanje hipa nakon svake promene.



2. [30] Data su dva niza **pozitivnih**, celih brojeva  $A$  i  $B$  predstavljenih na  $k = 16$  bita. Dužina oba niza je jednaka  $n$  ( $n \gg 2^k$ ). Treći niz,  $C$  se formira na sledeći način:  $C[i] = A[i] * B[i]$ , za  $0 \leq i < n$ . Potrebno je ispermutovati nizove  $A$  i  $B$  tako da suma niza  $C$  bude **maksimalna**. Napisati u pseudokodu efikasnu, iterativnu implementaciju funkcije koja permutuje članove nizova  $A$  i  $B$ , formira niz  $C$ , a zatim vraća sumu članova niza  $C$  prema opisanom zahtevu.

PERMUTATION ARRAY (A, B, n)

3. [25] Naći četvrti najmanji element datog niza 9, 3, 75, 85, 14, 84, 75, 11, 20, 54 primenom zadatih algoritama sortiranja. Napisati koliko koraka algoritma je potrebno za dobijanje rezultata.

a) [7] *Insertion sort* (jednim korakom se smatra umetanje jednog elementa u sortirani deo niza)

9	3	75	85	14	84	75	11	20	54

b) [8] *Quick sort* (jednim korakom se smatra dovođenje *pivot*-a na finalnu poziciju u nizu)

9	3	75	85	14	84	75	11	20	54

c) [10] Koji algoritmi za sortiranje sigurno nalaze  $k$ -ti najmanji element u  $k$  koraka svog izvršavanja? Objasniti.

4. [20] Napisati u pseudokodu funkciju koja vrši pretragu i umetanje zadatog ključa  $key$  u heš tabelu  $H$  sa  $n$  ulaza primenom heš funkcije  $h_p(K) = K \bmod n$ . Za razrešavanje kolizija se koristi tehnika linearnog pretraživanja sa korakom  $c$ . Smatrati da u heš tabeli postoje poluslobodne lokacije koje sadrže posebnu vrednost *deleted*, dok slobodne lokacije sadrže posebnu vrednost *empty*. Funkcija vraća broj ulaza gde se ključ nalazi ili je smešten.

HASHMAP SEARCH INSERT ( $H, n, c, key$ )