

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2)

*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.; dr Marko Mišić, vanr. prof.

*Asistent:* Sanja Radosavljević, dipl. ing.; dr Maja Vukasović, dipl.ing.;  
Matija Dodović, dipl. ing.

*Ispitni rok:* Februar 2024.

*Datum:* 03.02.2024.

*Kandidat*<sup>\*</sup>: \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa*<sup>\*</sup>: \_\_\_\_\_

*Ispit traje 120 minuta, prvih sat vremena nije dozvoljeno napuštanje sale.*

*Upotreba literature nije dozvoljena.*

Zadatak 1 \_\_\_\_\_/15      Zadatak 5 \_\_\_\_\_/15

Zadatak 2 \_\_\_\_\_/10      Zadatak 6 \_\_\_\_\_/10

Zadatak 3 \_\_\_\_\_/10      Zadatak 7 \_\_\_\_\_/10

Zadatak 4 \_\_\_\_\_/15      Zadatak 8 \_\_\_\_\_/15

**Ukupno na ispitu:** \_\_\_\_\_/100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumno pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

---

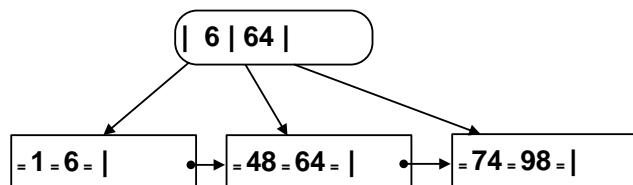
\* popunjava student.

1. [15] Posmatra se heš tabela veličine  $n$ , u koju su smešteni ključevi primenom heš funkcije  $h(K)=K \bmod n$ , pri čemu se za razrešavanje kolizije koristi metod dvostrukog heširanja sa sekundarnom heš funkcijom  $g(K)$ . Ključevi su prirodni brojevi. Pri brisanju se koristi metod poluslobodne lokacije. Kako bi se poboljšale performanse, prilikom uspešne pretrage na ključ, on se prebacu na prvu poluslobodnu lokaciju u ispitnom nizu, ako takva postoji. Svaki ulaz tabele sadrži ili ključ, ili vrednost -1 kojom se označava da ulaz nije popunjen, ili vrednost 0 koja označava poluslobodnu lokaciju. Napisati u pseudokodu funkcije kojima se briše ključ  $key$  iz tabele i vrši opisana modifikovana pretraga na ključ  $key$  u tabeli.

HASH DELETE( $key, g, n$ )

HASH SEARCH( $key, g, n$ )

2. [10] U B+ stablo reda 4 sa slike umeću se redom ključevi 18, 9, 50, 19, 26 i 25, a zatim se brišu ključevi 18 i 50. Nacrtati izgled stabla nakon svake značajne strukturalne izmene i jasno naznačiti koji ključevi su dodati/obrisani u kom koraku.



3. [10] Dat je niz celobrojnih ključeva:

<b>5</b>	<b>28</b>	<b>71</b>	<b>32</b>	<b>6</b>	<b>1</b>	<b>14</b>	<b>26</b>	<b>98</b>	<b>24</b>	<b>3</b>	<b>36</b>
----------	-----------	-----------	-----------	----------	----------	-----------	-----------	-----------	-----------	----------	-----------

Prikazati stanje niza nakon svake iteracije uređivanja niza primenom algoritma *Insertion sort*.


4. [15] Dato je stablo binarnog pretraživanja na koje pokazuje pokazivač na koren *root*. Elementi u stablu se mogu ponavljati. Prilikom dodavanja elementa koji već postoji u stablu, on se dodaje kao **sledbenik**. Čvor stabla sadrži jedan celobrojni ključ i pokazivače na levo i desno podstablo. Napisati u pseudokodu **efikasnu iterativnu** implementaciju funkcije koja modifikuje sadržaj čvorova stabla tako da oni sadrže sumu svih **većih** ključeva od vrednosti ključa koja se pre transformacije nalazila u čvoru. Ukoliko se koriste dodatne strukture, nije potrebno implementirati njihove funkcije.

SUM\_GREATER\_KEYS (*root*)

5. [15] Dat je binarni *min-heap* sa  $n$  elemenata, predstavljen nizom ključeva  $heap1$ . Napisati u pseudokodu efikasnu iterativnu funkciju koja iz niza uklanja ključ na indeksu  $i$ .

DELETE FROM INDEX ( $heap$ ,  $n$ ,  $i$ )

6. [10] Dat je niz celobrojnih ključeva K.

K	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	2	3	8	11	20	25	34	37	45	47	52	68	71	75	76	82	93

Niz K se pretražuje na više ključeva, datih nizom S. Popuniti rezultujuću tabelu sledećim vrednostima:

- a) pozicija elementa u nizu K,
- b) broj pristupa nizu K upotrebom metode sekvencijalne pretrage na više ključeva
- c) broj pristupa nizu K upotrebom nezavisne sekvencijalne pretrage
- d) broj pristupa nizu K upotrebom nezavisne binarne pretrage
- e) broj pristupa nizu K (i indeksu) ukoliko se koristi indeksno pretraživanje sa datim indeksom I. Ukratko objasniti.

I	11	37	68
	4	8	12

S	a)	b)	c)	d)	e)
2					
11					
34					
68					
93					

7. [10] Formalno definisati *top-down* stablo  $m$ -arnog pretraživanja, a zatim izvesti izraze za visinu ovako definisanog stabla u najboljem i najgorem slučaju. Odgovore ilustrovati slikom.

8. [15] Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 11 ulaza primenom heš funkcije  $h_p(K) = K \bmod 11$ . Neka se u tabelu redom umeću ključevi 44, 34, 26, 29, 23, 56, 54, 66, .

a) [5] Ukoliko se za razrešavanje kolizija koristi metoda linearog pretraživanja sa korakom  $c = 2$ , prikazati stanje tabele prilikom umetanja navedenih ključeva. Odrediti prosečan broj koraka prilikom uspešnog pretraživanja i neuspešnog pretraživanja na ključeve 11 i 12.

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

b) [10] Definisati metod uređene tabele i objasniti koji problem on rešava. Ponoviti umetanje i računanje iz tačke a) i uporediti dobijene rezultate.

0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	