

---

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2, SI2AS2)  
*Nastavnik:* dr Milo Tomašević, vanr. prof.  
*Asistenti:* dr Đorđe Đurđević, doc.; Marko Mišić, dipl. ing.  
*Ispitni rok:* Treći kolokvijum (januar 2016. godine)  
*Datum:* 11.01.2016.

*Kandidat\*:* \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa\*:* \_\_\_\_\_

*Kolokvijum traje 100 minuta. Napuštanje sale nije dozvoljeno tokom prvih 60 minuta.  
Upotreba literature nije dozvoljena.*

<i>Zadatak 1</i>	_____ /5	<i>Zadatak 5</i>	_____ /15
<i>Zadatak 2</i>	_____ /20	<i>Zadatak 6</i>	_____ /20
<i>Zadatak 3</i>	_____ /10	<i>Zadatak 7</i>	_____ /10
<i>Zadatak 4</i>	_____ /10	<i>Zadatak 8</i>	_____ /10

**Ukupno na kolokvijumu:** \_\_\_\_\_ /100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumnu pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

\* popunjava student.

1. [5] Prikazati postupak sortiranja niza 5, 12, 4, 8, 7, 2 primenom *stabla selekcije*. Da li efikasnost postupka zavisi od inicijalne uređenosti niza?
2. [20] Posmatra se heš tabela. Koristi se tehnika dvostrukog heširanja, gde su primarna i sekundarna heš funkcija označene sa  $h_p(K)$  i  $h_s(K)$ , respektivno.
  - a) [5] Opisati realizaciju brisanja jednog ključa iz posmatrane heš tabele.
  - b) [15] Neki ulazi posmatrane heš tabele su oslobođeni nakon brisanja određenog broja ključeva. Neki od oslobođenih ulaza mogu biti matične adrese nekih od preostalih ključeva u tabeli. Napisati na pseudokodu funkciju koja u zadatoj tabeli  $H$  traži ključeve koji nisu na svojim matičnim adresama i premešta ih na njihove matične adrese u slučaju da su one slobodne.

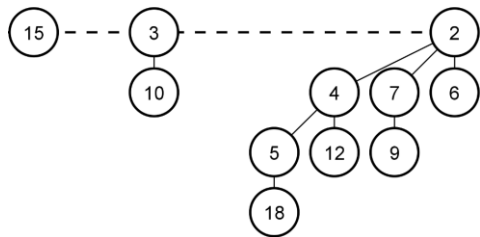
OPTIMIZE-HASH-TABLE( $H$ )

3. [10] Binomni hip

a) [5] Dati definiciju binomnog stabla.

Definicija binomnog stabla:

b) [5] U binomni hip prikazan na slici najpre se umeće ključ 8, a zatim se briše ključ. Prikazati izgled hipa nakon svake od navedenih operacija.



4. [10] Podaci se smeštaju u heš tabelu sa 9 ulaza primenom heš funkcije  $h_p(K)=K \bmod 9$ . Za razrešavanje kolizija se koristi metoda dvostrukog heširanja sa sekundarnom heš funkcijom  $h_s(K)=7 + K \bmod 2$ . Tabela je delimično popunjena. Prikazati stanje tabele nakon umetanja ključeva 23, 29, 17, a zatim izračunati verovatnoću popunjavanja preostalih praznih lokacija pri prvom sledećem umetanju, ako su svi ključevi jednako verovatni.

0	18
1	
2	11
3	
4	13
5	
6	
7	
8	8

5. [15] Kako izbor pivota utiče na izvršavanje *quick sort* algoritma? Na primeru sa slike, ilustrovati jednu iteraciju algoritma sa nepovoljnim izborom pivota i jednu iteraciju sa povoljnim izborom pivota. Obrazložiti izbor. U ilustraciji jasno naznačiti granice particija.

Početni niz:

3	12	33	88	21	95	34	15	18	20	8	44	39
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---	----	----

Obrazloženje:

Niz nakon prve iteracije *quick sort* algoritma sa **nepovoljnim** izborom pivota:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Niz nakon prve iteracije *quick sort* algoritma sa **povoljnim** izborom pivota:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

6. [20] Neka je dat niz označenih 8-bitnih celih brojeva  $A$  dužine  $N$  i jedan ceo broj  $V$ . Napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju funkcije koja utvrđuje da li postoje dva različita elementa niza  $A$ , tako da je zbir  $A[i] + A[j]$  jednak  $V$ . Obratiti pažnju na efikasnost implementacije. Nije neophodno očuvati prvobitni poredak elemenata u nizu.

TEST\_ARR\_V( $A, N, V$ )

7. **[10]** U metodu proširivog heširanja koriste se viši bitovi heš funkcije  $K \bmod 8$ . Kapacitet baketa je dva ključa, a u početku tabela ima samo jedan ulaz. Ilustrovati izgled heš tabele kada se redom umeću ključevi 20, 39, 65, 44, 54, pa se briše ključ 20.

8. **[10]** Izvesti složenost algoritama sortiranja: a) kvadratnom selekcijom i b) korišćenjem stabla binarnog pretraživanja. Diskutovati sva tri slučaja složenosti.