

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 2 (13S112ASP2)

*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.

*Asistent:* Marko Mišić, dipl. ing.; Sanja Delčev, dipl. ing.;  
Maja Vukasović, dipl.ing.

*Ispitni rok:* Drugi kolokvijum (decembar 2016. godine)

*Datum:* 06.12.2016.

*Kandidat*\*: \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa*\*: \_\_\_\_\_

*Kolokvijum traje 100 minuta, prvih sat vremena nije dozvoljeno napuštanje sale.*

*Upotreba literature nije dozvoljena.*

Zadatak 1 \_\_\_\_\_ /5      Zadatak 5 \_\_\_\_\_ /15

Zadatak 2 \_\_\_\_\_ /10      Zadatak 6 \_\_\_\_\_ /20

Zadatak 3 \_\_\_\_\_ /20      Zadatak 7 \_\_\_\_\_ /10

Zadatak 4 \_\_\_\_\_ /10      Zadatak 8 \_\_\_\_\_ /10

**Ukupno na kolokvijumu:** \_\_\_\_\_ /100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumno pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Kod pitanja koja imaju ponuđene odgovore treba **samo zaokružiti** jedan odgovor. Na ostala pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno**.

---

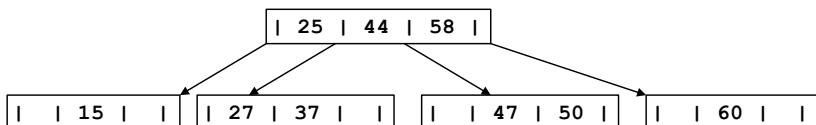
\* popunjava student.

1. [5] U digitalno stablo umetnuti ključeve 25, 23, 367, 3698, 3692, 4, a zatim obrisati ključeve 367 i 23. Koristiti reprezentaciju „najlevlji sin – desni brat“. Prikazati stablo nakon poslednjeg umetanja i brisanja.

2. [10] Izomorfizam crveno-crnih stabala i 2-3-4 stabala.

a) [5] Na koji način se vrši umetanje u pun čvor 2-3-4 stabla da bi se očuvao izomorfizam sa crveno crnim stablima? Da li postoji razlike u odnosu na klasično B stablo?

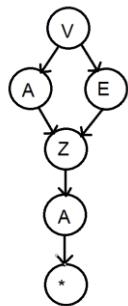
b) [5] U 2-3-4 stablo sa slike umetnuti ključeve 30 i 35. Nacrtati izgled stabla posle svake od izmena i označiti crvene i crne čvorove.



3. [20] Dato je B stablo reda  $m$ . Napisati u pseudokodu funkciju koja vrši pozajmicu ključeva prilikom brisanja. Ukoliko je pozajmica nemoguća, funkcija treba da signalizira grešku. Funkcija dobija pokazivač na čvor  $node$  za koji se pokušava pozajmica. Smatrati da svaki čvor sadrži pokazivač na oca i podatak o broju ključeva smeštenih u njemu.

B-DEL-BORROW( $node$ )

4. [10] Neka se zbog uštede memorije za smeštanje ključeva koji imaju zajedničke sufikse umesto digitalnog stabla koristi usmereni aciklični graf, kao na slici. Objasniti na koji način bi se implementirale operacije pretraživanja i brisanja ključa.



5. [15] Neki sistem datoteka koristi B+ stabla za indeksiranje datoteka unutar kataloga. Veličina čvora B+ stabla je 256b, a pokazivači zauzimaju 16b. Za smeštanje ključa B+ stabla koristi se 64b.

a) [5] Za date parametre, odrediti maksimalni red stabla.

b) [10] Neka se posmatra katalog u kojem već postoje datoteke, sa ključevima 6, 12, 18, 45, 58, 66, 73, 81. Pod pretpostavkom da su svi listovi popunjeni minimalnim brojem ključeva, nacrtati inicijalni izgled B+ stabla za indeksiranje takvog kataloga. Nakon toga, u katalog se dodaju datoteke sa ključevima 41, 53, 32, a potom se brišu datoteke sa ključevima 12 i 66. Nacrtati izgled stabla posle svakog umetanja i brisanja. Red stabla je određen vrednošću koja je izračunata u tački a).

6. [20] Napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju funkcije koja formira *trie* stablo svih podstringova stringa koji je prosledjen kao argument toj funkciji. Data je pomoćna funkcija *getPosition(chr)*, koja za prosledjeni karakter *chr* vraća indeks odgovarajućeg pokazivača u čvoru *trie* stabla.

TRIE SUBSTRINGS(str)

7. [10] Neka su ključevi neuniformne dužine i neka se oni u čvoru stabla *m*-arnog pretraživanja pakuju bez gubitka prostora.

- a) [5] Predložiti efikasnu organizaciju čvora koja dozvoljava najbrže pretraživanje ovakvog čvora.

b) [5] Precizno nacrtati organizaciju čvora za stablo reda 6 koji trenutno sadrži ključeve IPSILON, DELTA, IKS, ALFA.

8. [10] Heširanje:

a) [5] Analitički definisati osobinu uniformnosti heš funkcije u tabeli veličine  $n$  ulaza i objasniti je jednom rečenicom.

b) [5] Ako je heš funkcija uniformna i ako je u tabeli sa  $n$  ulaza uneseno  $k$  ključeva, izvesti izraz koji predstavlja očekivani broj kolizija koje su se desile prilikom tih umetanja.