

---

Elektrotehnički fakultet u Beogradu  
Katedra za računarsku tehniku i informatiku

*Predmet:* Algoritmi i strukture podataka 1 (13S111ASP1)  
*Nastavnici:* dr Milo Tomašević, red. prof.; doc. dr Marko Mišić  
*Asistent:* Sanja Delčev, dipl. ing.; Maja Vukasović, dipl. ing.;  
Matija Dodović, dipl. ing.  
*Ispitni rok:* Treći kolokvijum (jun 2023.)  
*Datum:* 17.06.2023.

*Kandidat\*:* \_\_\_\_\_

*Broj Indeksa\*:* \_\_\_\_\_

*Kolokvijum traje 90 minuta. Prvih 60 minuta od početka nije dozvoljeno napuštanje sale.  
Upotreba literature nije dozvoljena.*

<i>Zadatak 1</i>	_____ /20	<i>Zadatak 4</i>	_____ /15
<i>Zadatak 2</i>	_____ /20	<i>Zadatak 5</i>	_____ /10
<i>Zadatak 3</i>	_____ /15	<i>Zadatak 6</i>	_____ /20

**Ukupno na kolokvijumu:** \_\_\_\_\_ /100

**Napomena:** Ukoliko u postavci nekog zadatka postoje nepreciznosti, student treba da uvede razumnu pretpostavku, da je uokviri (da bi se lakše prepoznala prilikom ocenjivanja) i da nastavi da izgrađuje preostali deo svog odgovora na temeljima uvedene pretpostavke. Na pitanja odgovarati **čitko, kratko i precizno.**

\* popunjava student.

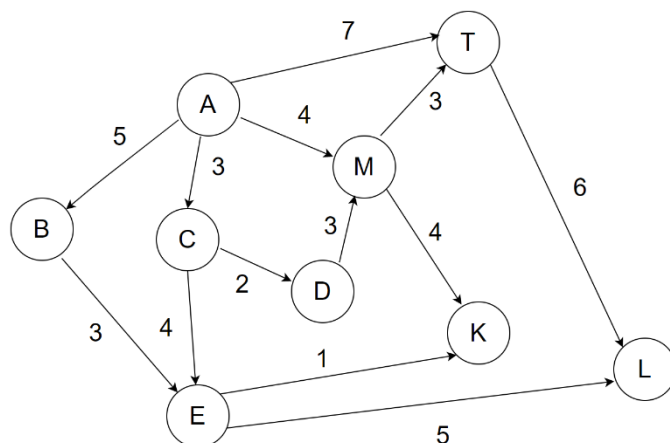
1. [20] Posmatra se grupa od  $n$  ljudi. Niz *friendships*, dužine  $k$ , sadrži torke  $(i, j, quality)$ . Parametar *quality* predstavlja kvalitet prijateljstva između osobe  $i$  i osobe  $j$ . Ako je taj kvalitet pozitivan smatra se da su  $i$  i  $j$  prijatelji, u suprotnom (ili ako ne postoji informacija) smatra se da  $i$  i  $j$  nisu prijatelji. Smatrati da je prijateljstvo **tranzitivno** (ako je  $i$  prijatelj sa  $j$  i  $j$  prijatelj sa  $l$ , tada je i  $i$  prijatelj sa  $l$ ). Dve osobe mogu biti prijatelji i direktno (pozitivan kvalitet prijateljstva između njih) i indirektno (postoji zajednički prijatelj za obe osobe). Potrebno je podeliti polaznu grupu ljudi na „prijateljske“. Grupa je prijateljska ako su svi njeni članovi prijatelji i ako ni jedna osoba van grupe nije prijatelj ni sa jednim članom grupe.
- a) [5] Na koji način se opisani problem može modelovati grafom? Precizno definisati tip grafa i značenje čvorova i grana.

- b) [15] Napisati iterativnu implementaciju funkcije GROUPS koja kreira prijateljske grupe osoba. Potrebno je napisati inicijalizaciju grafa opisanog u tački a.

GROUPS (*friendships, n*)

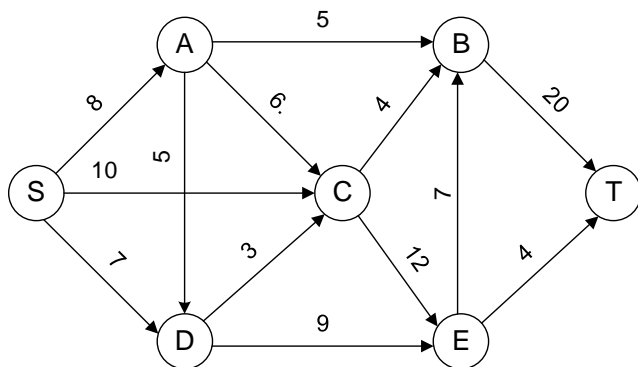
2. [20] Za usmereni težinski graf sa slike potrebno je:

a) [5] Odrediti pet mogućih topoloških poredaka čvorova.

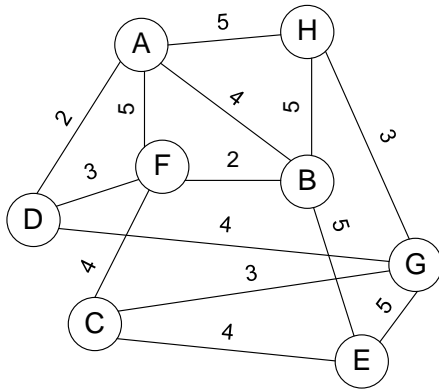


b) [15] Izabrati jedan topološki poredak dobijen pod a) i na osnovu njega odrediti kritičan put i dozvoljena kašnjenja za pojedinačne čvorove i grane grafa sa slike.

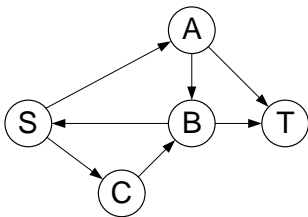
3. [15] Za graf sa slike naći maksimalni protok, ako se prilikom izbora puta povećanog protoka bira put sa najmanjim brojem grana. Težina grana označava njihov kapacitet. Nakon svakog koraka prikazati izgled rezidualnog grafa. Koliki je maksimalni protok? Da li je rešenje jedinstveno?



4. [15] Za graf sa slike naći minimalno obuhvatno stablo koristeći *Kruskal*-ov algoritam i prikazati postupak. Da li je stablo jedinstveno? Ukratko obrazložiti i ukoliko nije, napisati koliko ima različitih minimalnih obuhvatnih stabala.



5. [10] Na koji način se kod usmerenog grafa može utvrditi postojanje ciklusa korišćenjem algoritama za obilazak? Koji uslovi moraju biti zadovoljeni? Na primeru grafa sa slike, početnog čvora A i BFS algoritma, objasniti kako se utvrđuje da postoji ciklus koji čine čvorovi A, B i S, a ne postoji ciklus koji čine čvorovi A, B i T.



6. [20] Neka je nad jednim usmerenim težinskim grafom  $G$  primenjen *Floyd-ov* algoritam i dobijena matrica sledbenika koja čuva informacije o sledećem čvoru na najkraćem putu između para čvorova  $i$  i  $j$ .
- a) [10] Po uzoru na matricu prethodnika, formalno definisati matricu sledbenika  $T$ , objasniti način njene inicijalizacije i navesti izraz za njeno ažuriranje prilikom postupka relaksacije kod *Floyd-ovog* algoritma.

- b) [10] Napisati u pseudokodu iterativnu implementaciju funkcije koja pronalazi čvorove na najkraćem putu između para čvorova  $i$  i  $j$  na osnovu matrice sledbenika  $T$ .

PATH( $T, i, j$ )