

Performanse računarskih sistema Drugi kolokvijum

Predmetni nastavnik: dr Jelica Protić

1⁽³⁵⁾

a) ⁽²⁰⁾ Posmatra se segment od N uzastopnih cilindara na disku. Vreme kretanja glave diska između cilindara x i y iznosi $0.5\sqrt{|x-y|}$, izraženo u milisekundama. Izvesti formulu za srednje vreme kretanja glave na ovom segmentu za diskretni model diska. Koja je razlika u odnosu na odgovarajuću formulu kontinualnog modela?

b) ⁽¹⁵⁾ Disk ima 1000 cilindara. Vreme kretanja glave diska između cilindara x i y iznosi $|x-y|$, izraženo u milisekundama. Koristeći diskretni model diska, odrediti srednje vreme kretanja glave od segmenta D1 koji se nalazi na cilindrima 101, 102, ..., 108 i segmenta D2 koji se nalazu na cilindrima 701, 702, ..., 707.

2⁽³⁵⁾ Posmatra se eksponencijalni dvokanalni sistem masovnog opsluživanja (M/M/2 model), što znači da su vremena pristizanja procesa u sistem i opsluživanja od strane jednog servera u sistemu eksponencijalno raspodeljena. Srednji interval između pristizanja zahteva je 10ms, a srednje servisiranje zahteva od strane jednog servera iznosi 5ms.

a) ⁽²⁵⁾ Za ovaj sistem odrediti srednji broj poslova u sistemu, srednje vreme odziva, srednje vreme čekanja na opsluživanje i iskorišćenje sistema.

b) ⁽¹⁰⁾ Ukoliko bi sistem bio jednokanalni sa istom brzinom servera, odrediti koliko bi bilo srednje vreme čekanja na opsluživanje. Uporediti sa tačkom a) i prokomentarisati rezultat.

3⁽³⁵⁾ Multiprogramski računar poseduje mikroprocesor i tri diska (D1, D2 i D3) koji predstavljaju ekvivalentne paralelne servere. U sistemu se izvršava 5 procesa i taj broj je konstantan. Svaki proces posle procesorske obrade pristupa nekom od slobodnih diskova, pa se potom vraća na procesorsku obradu. U ovom sistemu, iskorišćenje procesora iznosi 1023/1535, a verovatnoća da niko ne čeka na procesor iznosi 896/1535. Srednje vreme pristupa jednom disku je 20ms. Primenom cikličkog modela multiprogramiranja odrediti prosečno vreme čekanja u procesorskom redu, prosečan broj poslova u procesoru, vreme odziva celog sistema i iskorišćenje disk podistema. Takođe odrediti intenzitet toka procesa kroz procesor, kao i kroz disk D2.

Kolokvijum traje 120 minuta.

Ukupan broj poena koji se može osvojiti na kolokvijumu je 100.

Upotreba literature i programabilnih kalkulatora nije dozvoljena.

1.

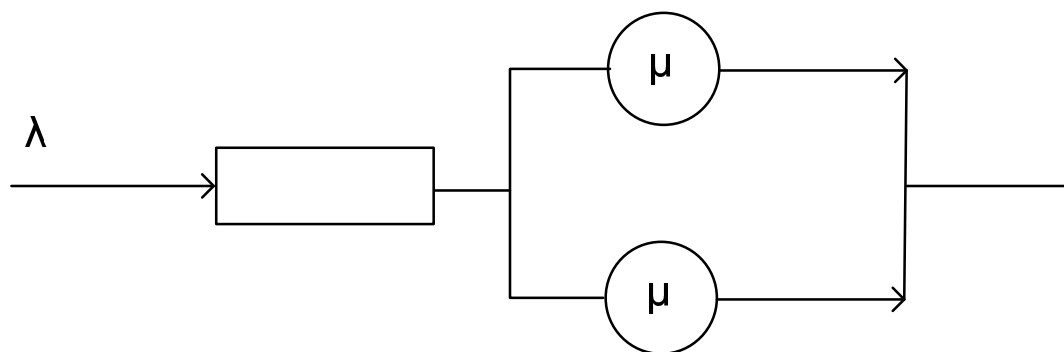
a) Videti predavanja. Rezultat: $\bar{t}_a = \frac{1}{N^2} \sum_{x=1}^{N-1} \sqrt{x}(N-x)$

b)

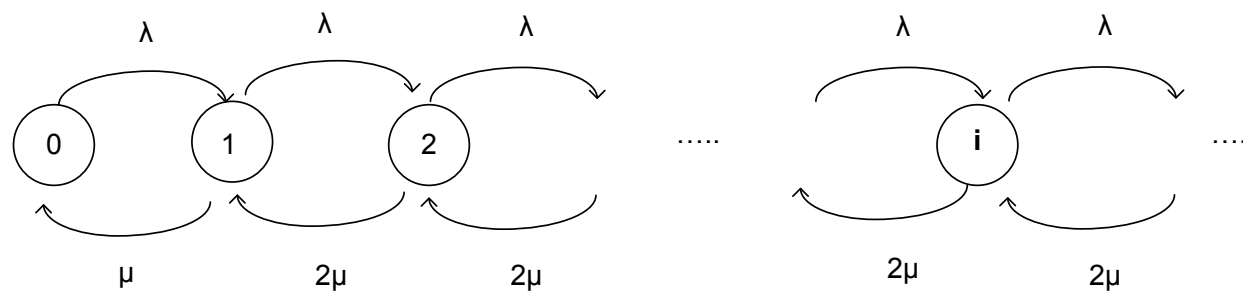
$$\begin{aligned} \bar{t}_{12} = \bar{t}_{21} &= \frac{1}{N_1} \cdot \sum_{x=101}^{108} \frac{1}{N_2} \cdot \sum_{y=701}^{707} Tam(y-x) = \frac{1}{8} \cdot \sum_{x=101}^{108} \frac{1}{7} \cdot \sum_{y=701}^{707} (y-x) = \\ &= \frac{1}{56} \sum_{x=0}^7 \sum_{y=600}^{606} (y-x) = \frac{1}{56} \sum_{x=0}^7 (4221 - 7 \cdot x) = \frac{1}{56} (8 \cdot 4221 - 7 \cdot \sum_{x=0}^7 x) \\ &= \frac{1}{56} (8 \cdot 4221 - 7 \cdot 28) = 599.5ms \end{aligned}$$

2. a)

Šematski prikaz sistema dat je na sledećoj slici:



Ako intenzitet pristizanja zahteva u sistem obeležimo sa λ , $\lambda = \frac{1}{a}$, $\bar{a} = 10ms$, a intenzitet obrade jednog kanala sa μ , $\mu = \frac{1}{s}$, $\bar{s} = 5ms$, tada dijagram stanja sistema izgleda kao na narednoj slici:



Stanje i predstavlja ono stanje sistema u kome u serveru postoji i zahteva.

Neka je $\frac{\lambda}{\mu} = \rho$. Balansne jednačine za ovaj sistem:

$$p_0 \cdot \lambda = p_1 \cdot \mu \Rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_0 = \rho \cdot p_0$$

$$p_1 \cdot \lambda = p_2 \cdot 2\mu \Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_1 = \frac{\rho^2}{2} \cdot p_0$$

$$p_2 \cdot \lambda = p_3 \cdot 2\mu \Rightarrow p_3 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_2 = \frac{\rho^3}{2^2} \cdot p_0$$

...

$$p_{n-1} \cdot \lambda = p_n \cdot 2\mu \Rightarrow p_n = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_{n-1} = \frac{\rho^n}{2^{n-1}} \cdot p_0$$

$$\sum_i p_i = 1 \Rightarrow p_0 \cdot \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \dots + \frac{\rho^n}{2^{n-1}} + \dots \right) = 1$$

$$p_0 \cdot \left(1 + \rho \left(1 + \frac{\rho}{2} + \left(\frac{\rho}{2} \right)^2 + \dots + \left(\frac{\rho}{2} \right)^n + \dots \right) \right) = p_0 \cdot \left(1 + \frac{\rho}{1 - \frac{\rho}{2}} \right) = p_0 \cdot \frac{2 + \rho}{2 - \rho} = 1$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{s}{a} = 0.5$$

$$p_0 = \frac{2 - \rho}{2 + \rho} = 0.6$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0 = 0.3$$

$$\text{Iskorišćenje servera: } U = 1 - \left(p_0 + \frac{1}{2} p_1 \right) = 0.25$$

Srednji broj poslova u sistemu:

$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot p_i = \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot p_i = p_1 + \sum_{i=2}^{\infty} i \cdot p_i = p_1 + p_0 \cdot \sum_{i=2}^{\infty} i \cdot p_i = p_0 \cdot \left(\rho + \sum_{i=2}^{\infty} i \cdot \frac{\rho^i}{2^{i-1}} \right) = \\ &= p_0 \cdot \rho \cdot \sum_{i=1}^{\infty} i \cdot \frac{\rho^{i-1}}{2^{i-1}} = p_0 \cdot \rho \cdot \frac{1}{\left(1 - \frac{\rho}{2} \right)^2} = \frac{4 \cdot p_0 \cdot \rho}{(2 - \rho)^2} = 0.53333 \end{aligned}$$

$$\text{Produktivnost: } X = \sum_{i=0}^{\infty} \lambda \cdot p_i = \lambda \cdot \sum_{i=0}^{\infty} p_i = \lambda = \frac{1}{a} = 100 \text{ posl / sec}$$

$$\text{Vreme odziva: } \bar{T} = \frac{J}{X} = \frac{J}{\lambda} = J \cdot \bar{a} = 5.333 \text{ ms}$$

$$\text{Srednje vreme čekanja: } \bar{T}_q = \bar{T} - \bar{s} = 0.333 \text{ ms}$$

b) U slučaju M/M/1 modela, imamo da je:

$$p_0 = 1 - \rho = 1 - \frac{\lambda}{\mu} = 0.5$$

$$p_i = p_0 \cdot \rho^i$$

$$J = p_0 \sum_{j=1}^{\infty} j \cdot \rho^j = (1 - \rho) \cdot \frac{\rho}{(1 - \rho)^2} = \frac{\rho}{1 - \rho} = 1$$

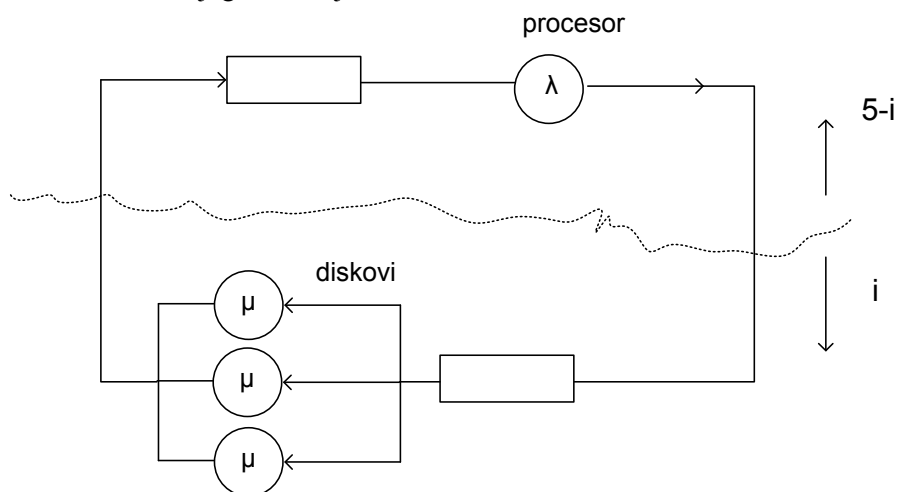
$$X = \lambda$$

$$T = \frac{J}{X} = \frac{\rho}{\lambda(1 - \rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda} = 10ms$$

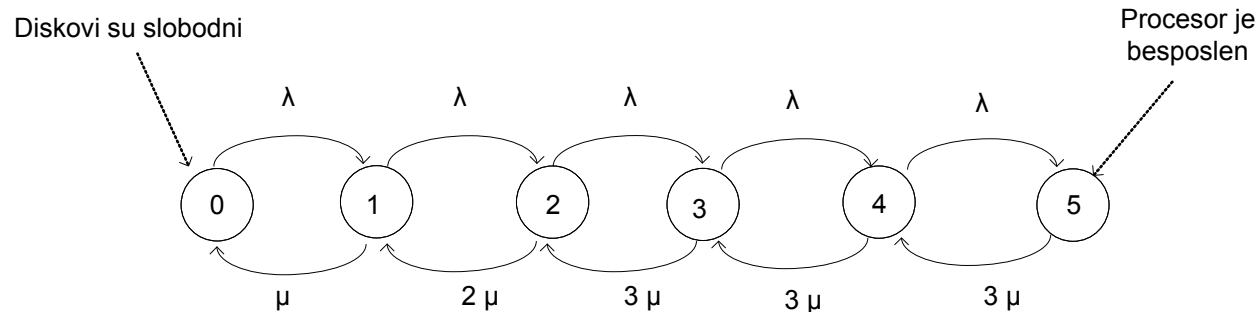
$$Tq = T - s = 5ms$$

Dobili smo skoro duplo veće vreme odziva nego u prethodnom slučaju i mnogo veće vreme čekanja, jer umesto dva resursa imamo samo jedan.

3. Šematski prikaz sistema i dijagram stanja dati su na narednim slikama:



Neka stanje i označava stanje u kome se u disk podsystemu nalazi i poslova.



Balansne jednačine za ovaj sistem glase:

$$p_0 \cdot \lambda = p_1 \cdot \mu \Rightarrow p_1 = p_0 \cdot \frac{\lambda}{\mu} = p_0 \cdot \rho$$

$$p_1 \cdot \lambda = p_2 \cdot 2\mu \Rightarrow p_2 = p_1 \cdot 2 \frac{\lambda}{\mu} = p_0 \cdot \frac{\rho^2}{2}$$

$$p_2 \cdot \lambda = p_3 \cdot 3\mu \Rightarrow p_3 = p_2 \cdot 3 \frac{\lambda}{\mu} = p_0 \cdot \frac{\rho^3}{6}$$

$$p_3 \cdot \lambda = p_4 \cdot 3\mu \Rightarrow p_4 = p_3 \cdot 3 \frac{\lambda}{\mu} = p_0 \cdot \frac{\rho^4}{18}$$

$$p_4 \cdot \lambda = p_5 \cdot 3\mu \Rightarrow p_5 = p_4 \cdot 3 \frac{\lambda}{\mu} = p_0 \cdot \frac{\rho^5}{54}$$

$$p_0 \cdot \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho^3}{6} + \frac{\rho^4}{18} + \frac{\rho^5}{54} \right) = 1$$

Procesor ne radi jedino u stanju 5, a niko ne čeka na procesor u stanjima 4 i 5. Na osnovu podataka iz zadatka dobija se:

$$U_p = 1 - p_5 = 1 - p_0 \cdot \frac{\rho^5}{54} = 1023/1535 \Rightarrow p_5 = p_0 \cdot \frac{\rho^5}{54} = 512/1535$$

$$P[\text{niko ne čeka na procesor}] = p_4 + p_5 = p_0 \cdot \frac{\rho^4}{18} + 512/1535 = 896/1535$$

$$p_5 = p_0 \cdot \frac{\rho^5}{54} = 512/1535$$

$$p_4 = p_0 \cdot \frac{\rho^4}{18} = 896/1535 - 512/1535 = 384/1535$$

$$\Rightarrow \frac{\rho}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow \rho = 4$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{s_d}{s_p} \Rightarrow s_p = \frac{s_d}{\rho} = 5ms$$

$$p_0 = \frac{18}{\rho^4} \cdot p_4 = 27/1535, \quad p_1 = p_0 \cdot \rho = 108/1535$$

$$p_2 = p_1 \cdot \frac{\rho}{2} = 216/1535, \quad p_3 = p_2 \cdot \frac{\rho}{3} = 288/1535$$

Protok kroz procesor se najlakše dobija iz zakona iskorišćenja:

$$X_p = \frac{U_p}{s_p} = 133.289s^{-1}, \text{ što je ujedno i protok poslova kroz ceo sistem.}$$

Protok kroz disk D2 iznosi trećinu protoka kroz procesor:

$$X_{D2} = X_p \cdot 1/3 = 44.43s^{-1}$$

Vreme odziva celog sistema:

$$T = \frac{n}{X} = \frac{5}{133.289s^{-1}} = 37.512ms$$

Prosečan broj poslova u procesoru:

$$J_p = 5 \cdot p_0 + 4 \cdot p_1 + 3 \cdot p_2 + 2 \cdot p_3 + 1 \cdot p_4 = 2175 / 1535 = 1.417$$

$$T_p = \frac{J_p}{X} = 10.63ms$$

$$T_{qp} = R_p - s_p = 5.63ms$$

$$Ud = 1 - \left(p_0 + \frac{2}{3} \cdot p_1 + \frac{1}{3} \cdot p_2 \right) = 88.86\%$$