Elektrotehnički fakultet univerziteta u Beogradu *14. mart 2009.*
Katedra za Računarsku tehniku i informatiku

Performanse računarskih sistema (IR4PRS, SI4PRS)
-rešenja zadataka-

1. Videti predavanja.

2.

$$\overline{T_{am}} = \frac{2}{600^2}\int_0^{600}(600-x)\cdot Tam(x)\cdot dx =$$

$$\frac{2}{600^2}\cdot\left(\int_0^{400}(600-x)\cdot 0.5\cdot x\cdot dx + \int_{400}^{600}(600-x)\cdot 10\sqrt{x}\cdot dx\right) =$$

$$= \frac{2}{600^2}\cdot\left(\int_0^{400}(300x-\frac{x^2}{2})\cdot dx + \int_{400}^{600}(6000\sqrt{x}-10x^{3/2})\cdot dx\right) =$$

$$= \frac{2}{600^2}\left(300\cdot\frac{1}{2}x^2\Big|_0^{400} - \frac{1}{6}x^3\Big|_0^{400} + 6000\cdot\frac{2}{3}x^{3/2}\Big|_{400}^{600} - \frac{20}{5}x^{5/2}\Big|_{400}^{600}\right) =$$

$$= \frac{2}{600^2}\left(150\cdot 400^2 - \frac{1}{6}400^3 + 4000\cdot(600^{3/2}-400^{3/2}) - \frac{20}{5}(600^{5/2}-400^{5/2})\right) =$$

$$= \frac{1}{18}\left(150\cdot 16 - \frac{1}{6}400\cdot 16 + 400\cdot(6^{3/2}-4^{3/2}) - 40\cdot(6^{5/2}-4^{5/2})\right) =$$

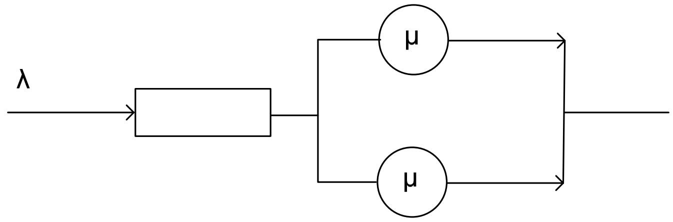
$$= 98.047ms$$

$$\overline{\mathrm{T}}_{\mathrm{rd}} = \frac{1}{2}\mathrm{T}_{\mathrm{rev}} = \frac{30}{\mathrm{N}_{\mathrm{rev}}} = 5.555\mathrm{ms}$$

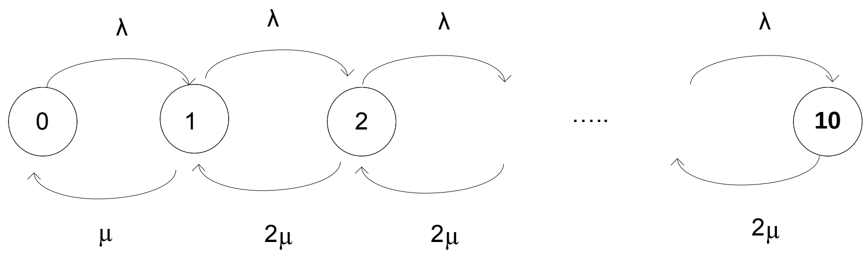
$$\mathrm{T}_{\mathrm{dt}} = \frac{1}{8}\mathrm{T}_{\mathrm{rev}} = \frac{5}{\mathrm{N}_{\mathrm{rev}}} = 1.389\mathrm{ms}$$

$$\overline{\mathrm{T}_{\mathrm{uk}}} = 1200\cdot\left(\overline{\mathrm{T}}_{\mathrm{am}} + \overline{\mathrm{T}}_{\mathrm{rd}} + \mathrm{T}_{\mathrm{dt}}\right) = 125.989\mathrm{s} = 2\min 5.989\mathrm{s}$$

3. Šematski prikaz sistema dat je na sledećoj slici:



Ako intenzitet pristizanja zahteva u sistem obeležimo sa λ, $\lambda = \frac{1}{\bar{a}}$, $\bar{a} = 16ms$, a intenzitet obrade jednog kanala sa μ, $\mu = \frac{1}{\bar{s}}$, $\bar{s} = 25ms$, tada dijagram stanja sistema izgleda kao na narednoj slici:



Stanje ***i*** predstavlja ono stanje sistema u kome u serveru postoji ***i*** zahteva.

Neka je $\frac{\lambda}{\mu} = \rho$. Balansne jednačine za ovaj sistem:

$$p_0 \cdot \lambda = p_1 \cdot \mu \Rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_0 = \rho \cdot p_0$$

$$p_1 \cdot \lambda = p_2 \cdot 2\mu \Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_1 = \frac{\rho^2}{2} \cdot p_0$$

$$p_2 \cdot \lambda = p_3 \cdot 2\mu \Rightarrow p_3 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_2 = \frac{\rho^3}{2^2} \cdot p_0$$

...

$$p_9 \cdot \lambda = p_{10} \cdot 2\mu \Rightarrow p_{10} = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_9 = \frac{\rho^{10}}{2^9} \cdot p_0$$

$$\sum_i p_i = 1 \Rightarrow p_0 \cdot \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \ldots + \frac{\rho^{10}}{2^9}\right) = 1$$

$$p_0 \cdot \left(1 + \rho\left(1 + \frac{\rho}{2} + \left(\frac{\rho}{2}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{\rho}{2}\right)^9\right)\right) = p_0\left(1 + \frac{\rho\left(1 - \left(\frac{\rho}{2}\right)^{10}\right)}{1 - \frac{\rho}{2}}\right)$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\bar{s}}{\bar{a}} = 0.78125, \quad p_0 = 0.13266$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0 = 0.2073$$

Iskorišćenje servera: $U = 1 - \left(p_0 + \frac{1}{2} p_1\right) = 0.7637$

Srednji broj poslova u sistemu:

$$J=\sum_{i=0}^{\infty} i\cdot p_i=\sum_{i=1}^{10} i\cdot p_i=p_1+\sum_{i=2}^{10} i\cdot p_i=p_0\cdot\left(\rho+\sum_{i=2}^{10} i\cdot\frac{\rho^i}{2^{i-1}}\right)=$$

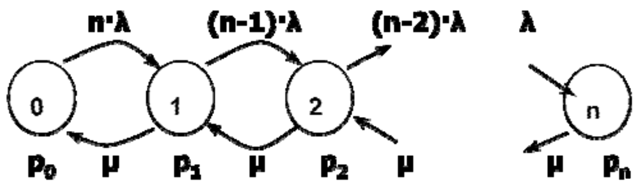
$$=p_0\cdot\rho\cdot\sum_{i=1}^{10} i\cdot\frac{\rho^{i-1}}{2^{i-1}}=p_0\cdot\rho\cdot\left(\frac{1-\left(\frac{\rho}{2}\right)^{10}}{\left(1-\frac{\rho}{2}\right)^2}-\frac{10\left(\frac{\rho}{2}\right)^{10}}{1-\frac{\rho}{2}}\right)=3.1622$$

Produktivnost: $X=\sum_{i=0}^{10}\lambda_i\cdot p_i=\lambda\cdot\sum_{i=0}^{9} p_i=\lambda\left(1-p_{10}\right)=\frac{1}{a}\left(1-p_0\cdot\frac{\rho^{10}}{2^9}\right)=61.095\, posl/\sec$

Vreme odziva: $\overline{T}=\frac{J}{X}=51.759ms$

Srednje vreme čekanja: $\overline{T_q}=\overline{T}-\overline{s}=31.759ms$

4. Dijagram stanja sistema prikazan je na slici:



Ako sa λ označimo intenzitet generisanja zahteva od strane jednog terminala ,
$\lambda=\frac{1}{\overline{\theta}}$, gde je $\overline{\theta}$ srednje vreme razmišljanja korisnika (terminala) ,
a sa μ označimo srednju brzinu procesora, odnosno intenzitet opsluživanja korisničkih zahteva,
($\mu=\frac{1}{\overline{s}}$, gde je $\overline{s}$ srednje vreme servisiranja zahteva), tada su balansne jednačine za ovaj sistem:

$p_0\cdot n\cdot\lambda=p_1\cdot\mu\Rightarrow p_1=p_0\cdot n\cdot\rho$, gde je sa ρ obeležen odnos $\frac{\lambda}{\mu}=\frac{1}{k}$

$p_1\cdot(n-1)\cdot\lambda=p_2\cdot\mu\Rightarrow p_2=p_0\cdot n\cdot(n-1)\cdot\rho^2$

....

$p_{n-1}\cdot\lambda=p_n\cdot\mu\Rightarrow p_n=p_0\cdot n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot1\cdot\rho^n=p_0\cdot n!\cdot\rho^n$

Zbir svih verovatnoća je 1, pa dobijamo:

$p_0(1+n\rho+n(n-1)\rho^2+\ldots+n!\rho^n)=1$

$$\frac{1}{p_0(n)}=1+n\rho+n(n-1)\rho^2+\ldots+n!\cdot\rho^n$$

Možemo uočiti da važi sledeća rekurzivna veza:

$$\frac{1}{p_0(n-1)}=1+(n-1)\rho+(n-1)(n-2)\rho^2+\ldots+(n-1)!\cdot\rho^{n-1}$$

$$\frac{1}{p_0(n)}=1+n\rho\cdot\frac{1}{p_0(n-1)}$$

Kako je iskorišćenje procesora jednako verovatnoći da je procesor zauzet, to je

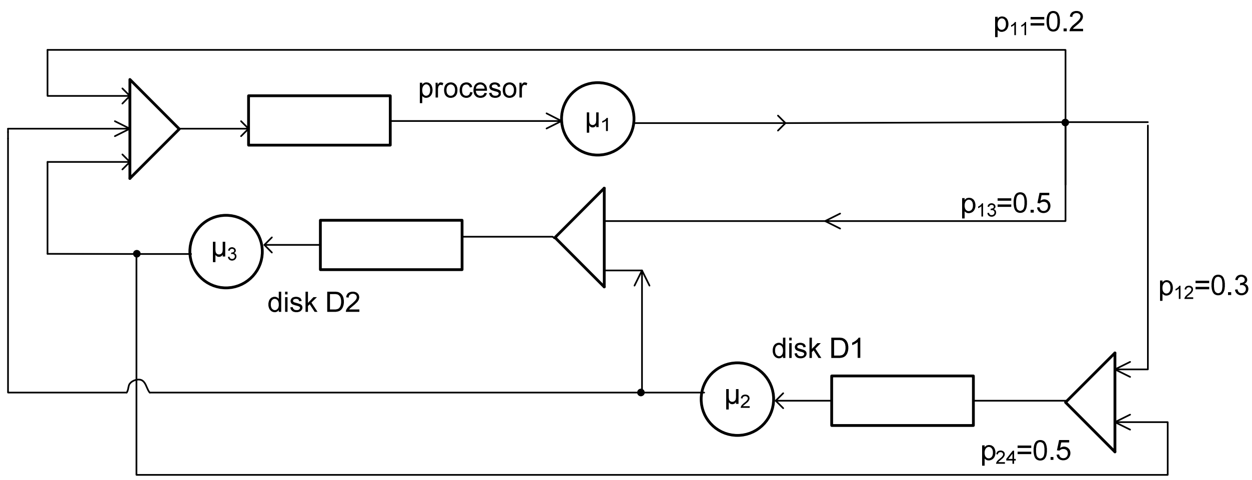
U(n)=1-p_0(n).

$$\frac{1}{p_0(n+1)} = 1 + (n+1)\rho \cdot \frac{1}{1-U(n)}$$

$$U(n+2) = 1 - p_0(n+2) = 1 - \frac{1}{1+(n+2)\rho \cdot \dfrac{1}{p_0(n+1)}} = 1 - \frac{1}{1+(n+2)\rho \cdot \left(1+(n+1)\rho \cdot \dfrac{1}{1-U(n)}\right)}$$

$$U(n+2) = 1 - \frac{1}{1+\dfrac{(n+2)}{k} \cdot \left(1+\dfrac{(n+1)}{k(1-U)}\right)}$$

5. a) Dati sistem šematski je prikazan na narednoj slici.



$$\mu_1 = \frac{1}{s_p} = 100\sec^{-1} \; \mu_2 = \frac{1}{s_{D1}} = 25\sec^{-1} \; \mu_1 = \frac{1}{s_{D2}} = 40\sec^{-1}$$

Verovatnoće p_{32} i p_{23} se mogu odrediti na sledeći način, znajući da je protok kroz oba diska isti (svaki zahtev koji prođe kroz jedan disk, proći će i kroz drugi):
Ako sa X obeležimo protok kroz procesor, tada je protok kroz svaki disk 0.8X. Kako protok kroz granu 12 iznosi 0.3X, tada će protok kroz granu 32 iznositi 0.5X. Analogno će protok kroz granu 23 iznositi 0.3X. Kako je protok kroz drugi disk 0.8X, a protok kroz granu 23 0.3X, tada je

$p_{23} = \dfrac{0.3 \cdot X}{0.8 \cdot X} = \dfrac{3}{8}$, $p_{21} = 1 - p_{23} = \dfrac{5}{8}$. Analogno je:

$p_{32} = \dfrac{0.5 \cdot X}{0.8 \cdot X} = \dfrac{5}{8}$, $p_{31} = 1 - p_{32} = \dfrac{3}{8}$

Gordon-Newell-ove jednačine za data 4 resursa:

$$-(1-p_{11})\mu_1 x_1 + p_{21}\mu_2 x_2 + p_{31}\mu_3 x_3 = 0$$

$$p_{12}\mu_1 x_1 - (1-p_{22})\mu_2 x_2 + p_{32}\mu_3 x_3 = 0$$

$$p_{13}\mu_1 x_1 + p_{23}\mu_2 x_2 - (1-p_{33})\mu_3 x_3 = 0$$

Usvajajući da je $x_1=1$, dobijamo:

$$-0.8\cdot 100+\frac{5}{8}\cdot 25\cdot x_2+\frac{3}{8}\cdot 40\cdot x_3=0$$

$$0.3\cdot 100-25\cdot x_2+\frac{5}{8}\cdot 40\cdot x_3=0$$

$$0.5\cdot 100+\frac{3}{8}\cdot 25\cdot x_2-40\cdot x_3=0$$

Rešenja su: $x_1=1,\ \ x_2=3.2,\ \ x_3=2$

b)

#	X1=1	X2=3.2	X3=2
0	1	1	**1 = G(0)**
1	1	4.2	**6.2 = G(1)**
2	1	14.44	**26.84 = G(2)**
3	1	47.208	**100.888 = G(3)**
4	1	152.0656	**353.8416 = G(4)**

$$g=\frac{G(3)}{G(4)}=0.28512$$

Iskoriscenje procesora: $Up=g\cdot x1=g=0.28512$

Iskoriscenje diska 1: $U_{D1}=g\cdot x_2=0.91239$

Iskoriscenje diska 2: $U_{D3}=g\cdot x_3=0.57024$

Protok kroz procesor: $Xp=\frac{Up}{s_p}=28.51219$ posl/sec

Protok kroz disk 1: $X_{D1}=\frac{U_{D1}}{s_{D1}}=22.80975$ posl/sec

Protok kroz disk 2: $X_{D2}=\frac{U_{D2}}{s_{D2}}=$ 22.80975 posl/sec

Vreme odziva: $R=\frac{n}{X_p}=140.29ms$

Usko grlo sistema je prvi disk, jer ima najveće iskorišćenje.

c) Srednji broj poslova u drugom disku:

$$\overline{n_{D1}}=\sum_{j=1}^{n}x_3{}^{j}\cdot\frac{G(n-j)}{G(n)}=2\cdot\frac{G(3)}{G(4)}+4\cdot\frac{G(2)}{G(4)}+8\cdot\frac{G(1)}{G(4)}+16\cdot\frac{G(0)}{G(4)}=$$

$$=\frac{16\cdot G(0)+8\cdot G(1)+4\cdot G(2)+2\cdot G(3)}{G(4)}\approx 1.059$$