

Performanse računarskih sistema

Predmetni nastavnik: dr Jelica Protić

1. (15) Posmatra se memorijski sistem u kome je korisnički deo operativne memorije fiksno podeljen na dve jednake dinamičke particije. Programi isključivo mogu biti veličine jedne ili dve particije, a obrada programa se vrši po FCFS algoritmu. Odrediti srednje iskorišćenje memorije kod ovog sistema. Smatrati da je vreme izvršavanja procesa eksponencijalno raspodeljeno, a da je verovatnoća da je program veličine dve jedinice **dva puta manja** od verovatnoće da je program veličine jedne memorijske jedinice.
2. (15) Posmatra se segment od N uzastopnih cilindara na disku. Vreme kretanja glave diska između cilindara x i y iznosi $0.5|x - y|$, izraženo u milisekundama. Izvesti formulu za srednje vreme kretanja glave na ovom segmentu za diskretni model diska. Koja je razlika u odnosu na odgovarajuću formulu kontinualnog modela?
3. (20) Posmatra se $M/M/2/2$ server (eksponencijalna raspodela vremena opsluživanja i vremena servisiranja, dvokanalni server, red za čekanje u koji mogu da stanu dva procesa). Srednje vreme pristizanja zahteva je 16ms, a srednje vreme obrade zahteva je 24ms. Odrediti iskorišćenje servera, prosečan broj procesa u serveru, srednje vreme odziva i protok kroz ovaj server.
4. (24) Interaktivni sistem sa dva procesora opslužuje n terminala. Terminali u proseku k puta duže razmišljaju nego što procesoru treba da opsluži zahtev jednog terminala.
 - a) (8) Odrediti iskorišćenje procesora U u ovom interaktivnom sistemu.
 - b) (12) Pored interaktivne obrade, procesor vrši niskoprioritetnu paketnu obradu, koja u prisustvu n terminala traje vreme T . Znajući iskorišćenje U određeno u tački a), odrediti koliko bi trajala ova paketna obrada ukoliko bi se u sistem dodao još jedan terminal.
 - c) (4) Odrediti vreme odziva ovog interaktivnog sistema u slučaju da je aktivno n terminala (smatrati da je srednje vreme servisiranja od strane jednog procesora s).
- 5) (30) Multiprogramski računarski sistem se sastoji od procesora i dva diska, D_1 i D_2 povezanih u zatvorenu mrežu. Posle procesorske obrade u 20% slučajeva proces se vraća u procesorski red, u 30% slučajeva pristupa se disku D_1 , a u ostalim slučajevima pristupa se disku D_2 . Posle prvog pristupa nekom od diskova uvek se pristupa i drugom disku, a nakon toga proces se vraća u procesorski red. Procesorska obrada traje u proseku 10ms, a pristupi diskovima D_1 i D_2 traju u proseku 40ms i 25ms, respektivno. Sva vremena imaju eksponencijalnu raspodelu. U sistemu izvršavaju četiri identična korisnička programa.
 - a) (11) Šematski prikazati dati sistem. Napisati *Gordon-Newell*-ove jednačine i rešiti ih.
 - b) (9) Izračunati iskorišćenja svih resursa, protoke kroz sve resurse i vreme odziva sistema i usko grlo sistema korišćenjem Buzenove metode. Pod vremenom odziva podrazumeva se vreme proteklo od kada proces zatraži procesor, dok ga ne zatraži naredni put.
 - c) (5) Izračunati srednji broj poslova u drugom disku.
 - d) (5) Izračunati sve parametre potrebne za MVA analizu ovog sistema.

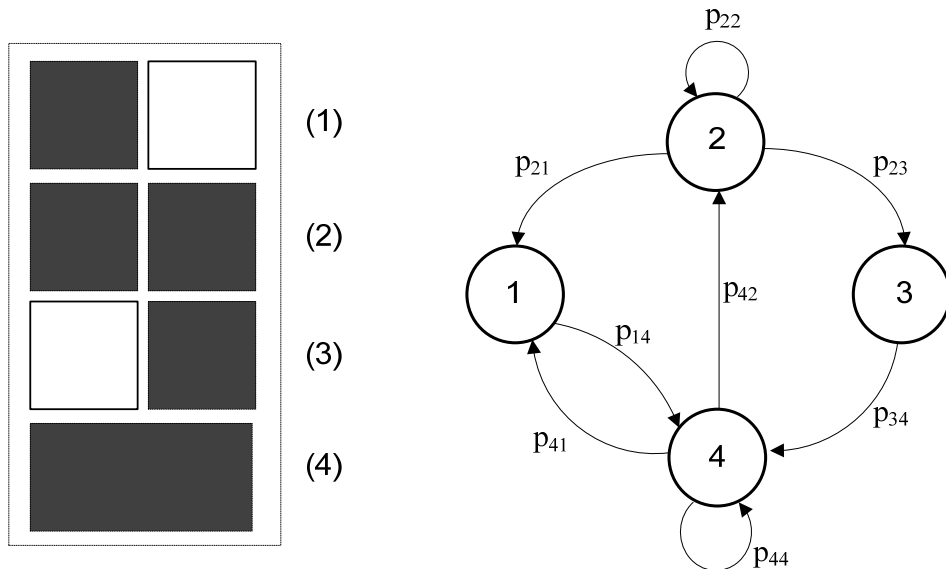
Ispit traje 3 sata (180 minuta). Upotreba literature i programabilnih kalkulatora nije dozvoljena.

Na ovom pismenom ispitu se može osvojiti 100 poena.

Ukupan broj poena se računa kao: $\max(I, 0.7I+D)$, gde je I broj poena osvojenih na ovom ispitu, a D broj poena na osvojenih na domaćem zadatku.

Performanse računarskih sistema -rešenja zadataka-

1. Moguća stanja sistema i dijagram prelaza između stanja dati su na narednoj slici.



Ako su P_s i P_b verovatnoće da je određeni posao mali, odnosno veliki, respektivno, tada je:

$$P_s = \frac{2}{3}, \quad P_b = \frac{1}{3}. \text{ Verovatnoće prelaza su tada:}$$

$$p_{14} = p_{34} = 1$$

$$p_{21} = \frac{1}{2} \cdot P_b = \frac{1}{6}, \quad p_{22} = P_s = \frac{2}{3}, \quad p_{23} = \frac{1}{2} \cdot P_b = \frac{1}{6}$$

$$p_{41} = P_s \cdot P_b = \frac{2}{9}, \quad p_{42} = P_s \cdot P_s = \frac{4}{9}, \quad p_{44} = P_b = \frac{1}{3}$$

Jednačine ovog sistema su:

$$p_1 = \frac{1}{6} \cdot p_2 + \frac{2}{9} \cdot p_4$$

$$p_2 = \frac{2}{3} \cdot p_2 + \frac{4}{9} \cdot p_4$$

$$p_3 = \frac{1}{6} \cdot p_2$$

$$p_4 = p_1 + p_3 + \frac{1}{3} \cdot p_4$$

$$p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$$

Rešavanjem sistema dobijaju se verovatnoće stanja:

$$p_1 = \frac{4}{27}, \quad p_2 = \frac{4}{9}, \quad p_3 = \frac{2}{27}, \quad p_4 = \frac{1}{3}$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot p_1 + p_2 + \frac{1}{2} \cdot p_3 + p_4 = \frac{8}{9} = 0.8889$$

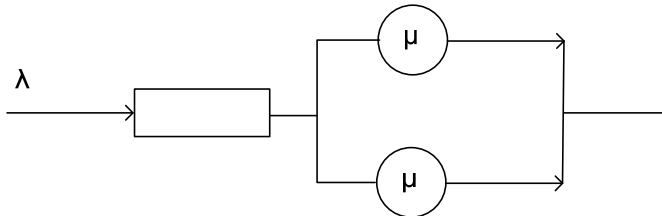
2. Videti predavanja. Rezultat:

$$\begin{aligned} \bar{t}_a &= \frac{1}{N^2} \sum_{x=1}^{N-1} (N-x) \cdot x = \frac{1}{N^2} \sum_{x=1}^{N-1} (N \cdot x - x^2) = \\ &= \frac{1}{N^2} \cdot \left(N \cdot \frac{N \cdot (N-1)}{2} - \frac{(N-1) \cdot N \cdot (2N-1)}{6} \right) = \frac{N^2 - 1}{6N} \rightarrow \frac{N}{6} \end{aligned}$$

Za kontinualni model:

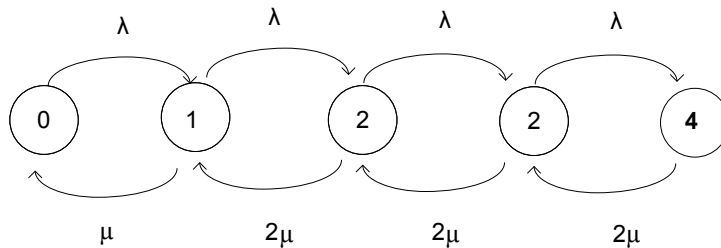
$$\bar{t}_a = \frac{1}{N^2} \int_0^x (N-x) \cdot x \, dx = \frac{N}{6}$$

3. Šematski prikaz sistema dat je na sledećoj slici:



Ako intenzitet pristizanja zahteva u sistem obeležimo sa λ , $\lambda = \frac{1}{\bar{a}}$, $\bar{a} = 16ms$, a intenzitet obrade jednog kanala sa

μ , $\mu = \frac{1}{\bar{s}}$, $\bar{s} = 24ms$, tada dijagram stanja sistema izgleda kao na narednoj slici:



Stanje i predstavlja ono stanje sistema u kome u serveru postoji i zahteva.

Neka je $\frac{\lambda}{\mu} = \rho = \frac{\bar{s}}{\bar{a}} = \frac{3}{2}$. Balansne jednačine za ovaj sistem:

$$p_0 \cdot \lambda = p_1 \cdot \mu \Rightarrow p_1 = \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_0 = \rho \cdot p_0$$

$$p_1 \cdot \lambda = p_2 \cdot 2\mu \Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_1 = \frac{\rho^2}{2} \cdot p_0$$

$$p_2 \cdot \lambda = p_3 \cdot 2\mu \Rightarrow p_3 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_2 = \frac{\rho^3}{2^2} \cdot p_0$$

$$p_3 \cdot \lambda = p_4 \cdot 2\mu \Rightarrow p_4 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_3 = \frac{\rho^4}{2^3} \cdot p_0$$

$$\sum_i p_i = 1 \Rightarrow p_0 \cdot \left(1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho^3}{2^2} + \frac{\rho^4}{2^3} \right) = 1$$

$$p_0 = \frac{1}{1 + \rho + \frac{\rho^2}{2} + \frac{\rho^3}{2^2} + \frac{\rho^4}{2^3}} = \frac{128}{653} = 0.196$$

$$p_1 = \rho \cdot p_0 = 0.294$$

$$\text{Iskorišćenje servera: } U = 1 - \left(p_0 + \frac{1}{2} p_1 \right) = 0.657$$

Srednji broj poslova u sistemu:

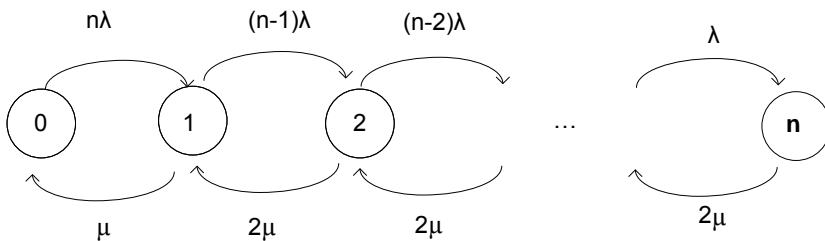
$$\begin{aligned} J &= \sum_{i=0}^{\infty} i \cdot p_i = \sum_{i=1}^4 i \cdot p_i = p_1 + \sum_{i=2}^4 i \cdot p_i = p_0 \cdot \left(\rho + \sum_{i=2}^4 i \cdot \frac{\rho^i}{2^{i-1}} \right) = \\ &= p_0 \cdot \rho \cdot \sum_{i=1}^4 i \cdot \frac{\rho^{i-1}}{2^{i-1}} = p_0 \cdot \rho \cdot \left(\frac{1 - \left(\frac{\rho}{2}\right)^4}{\left(1 - \frac{\rho}{2}\right)^2} - \frac{4 \left(\frac{\rho}{2}\right)^4}{1 - \frac{\rho}{2}} \right) = \frac{1128}{653} = 1.727 \end{aligned}$$

$$\text{Produktivnost: } X = \sum_{i=0}^4 \lambda_i \cdot p_i = \lambda \cdot \sum_{i=0}^3 p_i = \lambda (1 - p_4) = \frac{1}{a} \left(1 - p_0 \cdot \frac{\rho^4}{2^3} \right) = 54.743 \text{ posl / sec}$$

$$\text{Vreme odziva: } \bar{T} = \frac{J}{X} = 31.555 \text{ ms}$$

$$\text{Srednje vreme čekanja: } \bar{T}_q = \bar{T} - \bar{s} = 7.555 \text{ ms}$$

4.



Balansne jednačine za ovaj sistem:

$$p_0 \cdot n \cdot \lambda = p_1 \cdot \mu \Rightarrow p_1 = n \cdot 2 \cdot \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_0 = 2 \cdot n \cdot \rho \cdot p_0, \quad \rho = \frac{\lambda}{2\mu} = \frac{s}{2\theta} = \frac{1}{2k}$$

$$p_1 \cdot (n-1) \cdot \lambda = p_2 \cdot 2\mu \Rightarrow p_2 = \frac{\lambda}{2\mu} \cdot p_1 = 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 \cdot p_0$$

...

$$p_n \cdot \lambda = p_{n-1} \cdot 2 \cdot \mu \Rightarrow p_n = \frac{\lambda}{\mu} \cdot p_{n-1} = 2 \cdot n! \cdot \rho^n \cdot p_0$$

$$p_0 \cdot \left(1 + 2 \cdot n \cdot \rho + 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n \right) = 1$$

$$\frac{1}{p_0} = 1 + 2 \cdot n \cdot \rho + 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n$$

a)

$$U = 1 - p_0 - \frac{1}{2} p_1 = 1 - p_0 \cdot (1 + n \cdot \rho)$$

$$U = 1 - \frac{1 + n \cdot \rho}{1 + 2 \cdot n \cdot \rho + 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n} = \frac{n \cdot \rho + 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n}{1 + 2 \cdot n \cdot \rho + 2 \cdot n \cdot (n-1) \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n}$$

$$U = 1 - \frac{1 + n/2k}{1 + n/k + n \cdot (n-1)/2k^2 + \dots + 2 \cdot n! / (2k)^n}$$

b)

$$T(1 - U_{(n)}) = T_1(1 - U_{(n+1)})$$

$$T_1 = \frac{T(1 - U_{(n)})}{1 - U_{(n+1)}} = \frac{T(1 - U_{(n)})}{p_{0(n+1)} + \frac{1}{2} p_{1(n+1)}} = \frac{T(1 - U_{(n)})}{p_{0(n+1)} (1 + (n+1) \cdot \rho)}$$

$$\frac{1}{p_{0(n+1)}} = 1 + 2 \cdot (n+1) \cdot \rho + 2 \cdot (n+1) \cdot n \cdot \rho^2 + \dots + 2 \cdot (n+1)! \cdot \rho^{n+1} =$$

$$= 1 + (n+1) \cdot \rho \cdot (2 + 2 \cdot n \cdot \rho + \dots + 2 \cdot n! \cdot \rho^n) = 1 + (n+1) \cdot \rho \cdot \left(1 + \frac{1}{p_{0(n)}} \right) =$$

$$= 1 + (n+1) \cdot \rho \cdot \left(1 + \frac{1 + n \cdot \rho}{1 - U_{(n)}} \right)$$

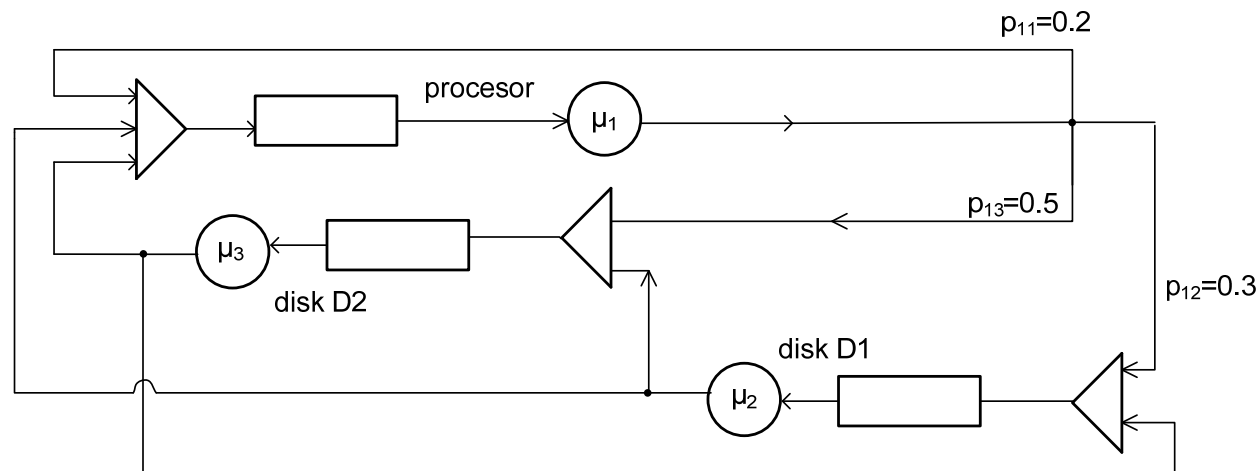
$$T_1 = \frac{1}{p_{0(n+1)}} \cdot \frac{T(1 - U_{(n)})}{(1 + (n+1) \cdot \rho)} = \left[1 + \frac{n+1}{2k} \cdot \left(1 + \frac{1 + n/2k}{1 - U_{(n)}} \right) \right] \cdot \frac{T(1 - U_{(n)})}{1 + (n+1)/2k}$$

c)

$$(\bar{r} + \bar{\theta}) \cdot U = \frac{n \cdot \bar{s}}{2}$$

$$\bar{r} = \frac{n \cdot \bar{s}}{2U} - \bar{\theta} = \frac{n \cdot \bar{s}}{2U} - k \cdot \bar{s} = \bar{s} \cdot \left(\frac{n}{2U} - k \right)$$

5. a) Dati sistem šematski je prikazan na narednoj slici.



$$\mu_1 = \frac{1}{s_p} = 100 \text{ sec}^{-1} \quad \mu_2 = \frac{1}{s_{D1}} = 25 \text{ sec}^{-1} \quad \mu_3 = \frac{1}{s_{D2}} = 40 \text{ sec}^{-1}$$

Verovatnoće p_{32} i p_{23} se mogu odrediti na sledeći način, znajući da je protok kroz oba diska isti (svaki zahtev koji prođe kroz jedan disk, proći će i kroz drugi):

Ako sa X obeležimo protok kroz procesor, tada je protok kroz svaki disk $0.8X$. Kako protok kroz granu 12 iznosi $0.3X$, tada će protok kroz granu 32 iznositi $0.5X$. Analogno će protok kroz granu 23 iznositi $0.3X$. Kako je protok kroz drugi disk $0.8X$, a protok kroz granu 23 $0.3X$, tada je

$$p_{23} = \frac{0.3 \cdot X}{0.8 \cdot X} = \frac{3}{8}, \quad p_{21} = 1 - p_{23} = \frac{5}{8}. \text{ Analogno je:}$$

$$p_{32} = \frac{0.5 \cdot X}{0.8 \cdot X} = \frac{5}{8}, \quad p_{31} = 1 - p_{32} = \frac{3}{8}$$

Gordon-Newell-ove jednačine za data 4 resursa:

$$-(1 - p_{11})\mu_1 x_1 + p_{21}\mu_2 x_2 + p_{31}\mu_3 x_3 = 0$$

$$p_{12}\mu_1 x_1 - (1 - p_{22})\mu_2 x_2 + p_{32}\mu_3 x_3 = 0$$

$$p_{13}\mu_1 x_1 + p_{23}\mu_2 x_2 - (1 - p_{33})\mu_3 x_3 = 0$$

Usvajajući da je $x_1=1$, dobijamo:

$$-0.8 \cdot 100 + \frac{5}{8} \cdot 25 \cdot x_2 + \frac{3}{8} \cdot 40 \cdot x_3 = 0$$

$$0.3 \cdot 100 - 25 \cdot x_2 + \frac{5}{8} \cdot 40 \cdot x_3 = 0$$

$$0.5 \cdot 100 + \frac{3}{8} \cdot 25 \cdot x_2 - 40 \cdot x_3 = 0$$

Rešenja su: $x_1 = 1$, $x_2 = 3.2$, $x_3 = 2$

b)

#	X1=1	X2=3.2	X3=2	
0	1	1	1	= G(0)
1	1	4.2	6.2	= G(1)
2	1	14.44	26.84	= G(2)
3	1	47.208	100.888	= G(3)
4	1	152.0656	353.8416	= G(4)

$$g = \frac{G(3)}{G(4)} = 0.28512$$

Iskoriscenje procesora: $Up = g \cdot x_1 = g = 0.28512$

Iskoriscenje diska 1: $U_{D1} = g \cdot x_2 = 0.91239$

Iskoriscenje diska 2: $U_{D3} = g \cdot x_3 = 0.57024$

Protok kroz procesor: $Xp = \frac{Up}{s_p} = 28.51219 \text{ posl/sec}$

Protok kroz disk 1: $X_{D1} = \frac{U_{D1}}{s_{D1}} = 22.80975 \text{ posl/sec}$

Protok kroz disk 2: $X_{D2} = \frac{U_{D2}}{s_{D2}} = 22.80975 \text{ posl/sec}$

$$\text{Vreme odziva: } R = \frac{n}{X_p} = 140.29ms$$

Usko grlo sistema je prvi disk, jer ima najveće iskorišćenje.

c) Srednji broj poslova u drugom disku:

$$\begin{aligned} \overline{n_{D1}} &= \sum_{j=1}^n x_3^j \cdot \frac{G(n-j)}{G(n)} = 2 \cdot \frac{G(3)}{G(4)} + 4 \cdot \frac{G(2)}{G(4)} + 8 \cdot \frac{G(1)}{G(4)} + 16 \cdot \frac{G(0)}{G(4)} = \\ &= \frac{16 \cdot G(0) + 8 \cdot G(1) + 4 \cdot G(2) + 2 \cdot G(3)}{G(4)} \approx 1.059 \end{aligned}$$

d)

$$V_1 = 1$$

$$V_2 = V_3 \text{ (svaki put kad se poseti jedan disk, poseti se i drugi)}$$

$$V_2 + V_3 = 2 \cdot V_1 \cdot 0.8 = 1.6$$

$$V_2 = V_3 = 0.8$$

$$s_1 = 10ms, s_2 = 40ms, s_3 = 25ms$$

$$D_1 = V_1 \cdot s_1 = 10ms, D_2 = V_2 \cdot s_2 = 32ms, D_3 = V_3 \cdot s_3 = 20ms$$

$$k = 3, n = 4$$