

І колоквијум из Основа рачунарске технике І СИ- 2018/2019

(24.03.2019.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 + x_1x_3) \overline{\bar{x}_1\bar{x}_3(\bar{x}_2 + x_3)} + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 + x_1x_3) (\overline{\bar{x}_1\bar{x}_3} + \overline{\bar{x}_2 + x_3}) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 + x_1x_3) (x_1x_3 + x_2\bar{x}_3) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1 + x_1x_3) (x_1x_3 + x_2\bar{x}_3) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1x_1x_3 + \bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_3 + x_1x_2x_3\bar{x}_3) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(x_1, x_2, x_3) = (\bar{x}_1x_2\bar{x}_3 + x_1x_3) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$f(1) = \{010, 1X1, 000\}$$

$$f(1) = \{010, 101, 111, 000\} = \{0, 2, 5, 7\}$$

$$f(0) = \{1, 3, 4, 6\}$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_2 \overline{(x_1 + x_3) \bar{x}_1\bar{x}_3} + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_2 ((\overline{x_1 + x_3}) + \overline{\bar{x}_1\bar{x}_3}) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_2 (\bar{x}_1\bar{x}_3 + x_1x_3) + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$g(x_1, x_2, x_3) = x_2\bar{x}_1\bar{x}_3 + x_1x_2x_3 + \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3$$

$$g(1) = \{000, 111, 010\} = \{0, 2, 7\}$$

$$g(0) = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

а) НЕ: $f(1) \neq g(1)$ и $f(0) \neq g(0)$

б) ДА: $f(1) = g(1)$, $f(0) = g(0)$ и $f(b) = g(b)$

$$в) f(0) = \{2, 7, 9, 11, 12, 14\}$$

$$f(b) = \{10, 15\}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + x_4)(\bar{x}_1 + x_2 + \bar{x}_4)$$

$$(\bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)(x_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

	x_1x_2				
	00	01	11	10	
x_3x_4	00	1	1	0	1
		0	4	12	8
	01	1	1	1	0
		1	5	13	9
	11	1	0	b	0
		3	7	15	11
	10	0	1	0	b
		2	6	14	10

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (X_1, X_2, X_3, X_4) и четири излазна сигнала (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4). Улазни сигнали означавају да ли је неко од четири фигуре притиснуто, а излазни сигнали представљају укупан збир темена притиснутих фигура. У случају да се збир темена не може представити помоћу ова четири излазна сигнала излаз ће бити недефинисан (вредност b).

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је X_1, X_2, X_3, X_4 , док је излазни Z_1, Z_2, Z_3, Z_4):

X_1	X_2	X_3	X_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	b	b	b	b
1	1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	1	b	b	b	b

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција → најмање коришћење И, ИЛИ и НЕ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИ елемената – гледати смењивање операције AND и OR).

Излазни сигнал Z_1 :

ДНФ:

$$Z_1 = X_1 \cdot X_2 + X_2 \cdot X_4 + X_3 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_3 + X_1 \cdot X_4 + X_2 \cdot X_3$$

$$Z_1 = X_2 \cdot (X_1 + X_4) + X_3 \cdot (X_1 + X_4) + X_1 \cdot X_4 + X_2 \cdot X_3$$

$$Z_1 = (X_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_4) + X_1 \cdot X_4 + X_2 \cdot X_3$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 7

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00			1	
	0	4	12	8
01		1	1	1
	1	5	13	9
11	1	1	b	b
	3	7	15	10
10		1	1	1
	2	6	14	11

КНФ:

$$Z_2 = (X_1 + X_2 + X_4) \cdot (X_1 + X_3 + X_4) \cdot (X_1 + X_2 + X_3) \cdot (X_2 + X_3 + X_4)$$

$$Z_2 = (X_1 + X_2 + X_3 \cdot X_4) \cdot (X_3 + X_4 + X_1 \cdot X_2)$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 7

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	0		0
	0	4	12	8
01	0			
	1	5	13	9
11			b	b
	3	7	15	10
10	0			
	2	6	14	11

Излазни сигнал Z_2 :

ДНФ:

$$Z_2 = \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot X_4 + \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot X_3 \cdot \bar{X}_4 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_4 + X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_4 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_4 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$

$$Z_2 = \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot (\bar{X}_3 \cdot X_4 + X_3 \cdot \bar{X}_4) + \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_4 \cdot (\bar{X}_1 \cdot X_2 + X_1 \cdot \bar{X}_2) + X_1 \cdot X_2 \cdot (X_4 + X_3) + X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 26

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00	0	1	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	10
	10	2	6	14	11

КНФ:

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00	0	4	12	8
	01	1	5	13	9
	11	3	7	15	10
	10	2	6	14	11

$$Z_2 = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4) \cdot (\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + X_3 + X_4) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3 + \bar{X}_4) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3 + X_4) \cdot (X_2 + \bar{X}_3 + \bar{X}_4) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_4) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3)$$

$$Z_2 = ((X_1 + X_2) \cdot (\bar{X}_1 + \bar{X}_2) + X_3 + X_4) \cdot ((X_3 + \bar{X}_4) \cdot (\bar{X}_3 + X_4) + X_1 + \bar{X}_2) \cdot (X_2 + \bar{X}_4 + \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2) \cdot (\bar{X}_1 + X_2 + \bar{X}_3)$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 28

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

Излазни сигнал Z_3 :

ДНФ:

$$Z_3 = X_4 + X_1 \cdot X_3$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 2

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00				
01	1	1	1	1
11	1	1	b	b
10			1	1

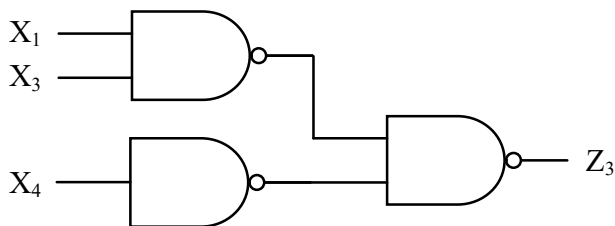
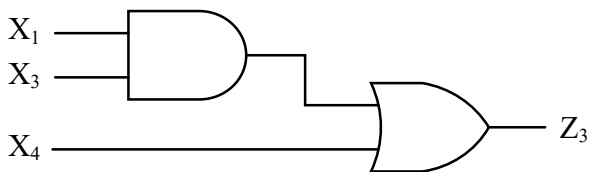
КНФ:

$$Z_3 = (X_1 + X_4) \cdot (X_3 + X_4) = X_4 + X_1 \cdot X_3$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 2

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

$X_3X_4 \backslash X_1X_2$	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01				
11			b	b
10	0	0		



Излазни сигнал Z_4 :

ДНФ:

$$Z_4 = X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_3$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 5

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00			1	1
		0	4	12	8
01			1	1	
	1	5	13	9	
11	1	1	b	b	
	3	7	15	10	
10	1	1			
	2	6	14	11	

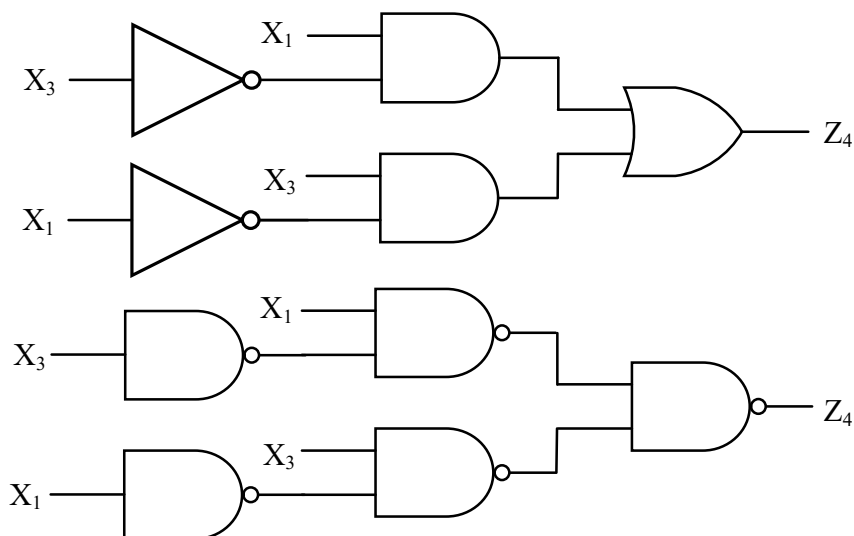
КНФ:

$$Z_4 = (X_1 + X_3) \cdot (\bar{X}_1 + \bar{X}_3)$$

Број логичких елемената *(И, ИЛИ и НЕ): 5

* Нису дозвољене комплементарне вредности улаза

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00	0	0		
		0	4	12	8
01	0	0			
	1	5	13	9	
11			b	b	
	3	7	15	10	
10			0	0	
	2	6	14	11	



Шема за излаз Z_1 :

