Надокнада првог колоквијума из Основа рачунарске технике I СИ- 2018/2019
(05.05.2019.)
Р е ш е њ е

Задатак 1

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 + \bar{X}_3) + \bar{X}_1 \cdot \overline{(X_2 \oplus X_3)} + \overline{X_2} \cdot \bar{X}_3$$
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot \overline{(X_2 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_2 \cdot X_3)} + \overline{X_2} \cdot \bar{X}_3$$
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot (X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3) + \overline{X_2} \cdot \bar{X}_3$$
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + \overline{X_2} \cdot \bar{X}_3$$
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot (\bar{X}_1 + 1)$$
$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$f(1) = \{10X, 1X0, 011, X00\}$
$f(1) = \{100, 101, 110, 011, 011, 000\}$
$f(1) = \{0,3, 4, 5, 6\}$
$f(0) = \{1,2,7\}$

$$g(X_1, X_2, X_3) = \overline{X_1 \cdot X_2 \cdot X_3} \cdot \overline{\bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot \overline{X_3}} \cdot \overline{\bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot X_3}$$
$$g(X_1, X_2, X_3) = (\overline{X_1} + \bar{X}_2 + \overline{X_3}) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_2 + \bar{X}_3)$$

$g(0) = \{111, 010, 001\}$
$g(0) = \{1,2,7\}$
$g(0) = \{0,3,4,5,6\}$

а) Да.
б) Да.

Задатак 2

а)

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = \overline{\bar{X}_1 + \overline{\overline{X_2 + X_3} \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot \overline{\overline{X_3} \cdot X_2} \cdot X_4}}$$
$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot \left(\overline{X_2 + X_3} \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot \overline{\overline{X_3} \cdot X_2} \cdot X_4\right)$$
$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot (X_3 + \overline{X_2}) \cdot X_4)$$
$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4)$$
$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$
$f(1) = \{100X, 1111\} = \{8, 9, 15\}$

X_3X_4 \ X_1X_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	0 (12)	1 (8)
01	0 (1)	0 (5)	0 (13)	1 (9)
11	0 (3)	0 (7)	1 (15)	0 (11)
10	0 (2)	0 (6)	0 (14)	0 (10)

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot \overline{X}_2 \cdot \overline{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$

б)

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_2\overline{X_3} + \overline{X_1}X_2 + \overline{X_2 + \overline{X_3}} + \overline{X_1}X_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_2\overline{X_3} + \overline{X_1}X_2 + \overline{X_2}X_3 + \overline{X_1}X_3$$

f(b) = {6}

f(1) = {X10, 01X, X01,0X1} = {2,6,3,1,5}

f(0) = {0,4,7}

X_3 \ X_1X_2	00	01	11	10
0	0 (0)	1 (2)	b (6)	0 (4)
1	1 (1)	1 (3)	0 (7)	1 (5)

$$f(X_1, X_2, X_3) = (X_2 + X_3)(\overline{X_1} + \overline{X_2})$$

в)

f(0) = {1,4,9,10,12,13,15,16,21,25,28,29}

f(b) = {8,17,20,26,27,30}

f(1) = {0,2,3,5,6,7,11,14,18,19,22,23,24,31}

X_4X_5 \ X_2X_3	00	01	11	10
00	1 (0)	0 (4)	0 (12)	b (8)
01	0 (1)	1 (5)	0 (13)	0 (9)
11	1 (3)	1 (7)	0 (15)	1 (11)
10	1 (2)	1 (6)	1 (14)	0 (10)

$X_1 = 0$

X_4X_5 \ X_2X_3	00	01	11	10
00	0 (16)	b (20)	0 (28)	1 (24)
01	b (17)	0 (21)	0 (29)	0 (25)
11	1 (19)	1 (23)	1 (31)	b (27)
10	1 (18)	1 (22)	b (30)	b (26)

$X_1 = 1$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = X_1X_4 + \overline{X_2}X_4 + \overline{X_3}X_4X_5 + X_3X_4\overline{X_5} + \overline{X_1X_3X_4X_5} + \overline{X_1X_2}X_3X_5 + X_1X_2\overline{X_3X_5}$$

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (L_1, L_2, L_3, L_4) и четири излазна сигнала (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4). Улазни сигнали представљају информацију да ли ски лифт ради или не ради.

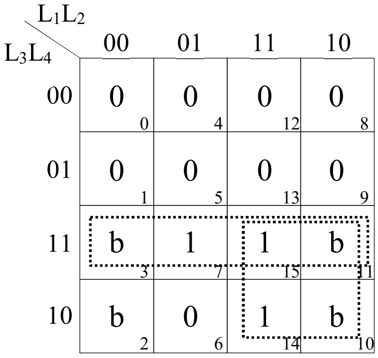
Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је L_4, L_3, L_2, L_1, док је излазни Z_1, Z_2, Z_3, Z_4), у колони Коментар су наведене све стазе по којима скијаши могу да скијају :

L_1	L_2	L_3	L_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4	**Коментар**
0	0	0	0	0	0	0	0	- нема стаза -
0	0	0	1	0	0	1	0	**p-o; q;**
0	0	1	0	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
0	0	1	1	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
0	1	0	0	0	0	0	1	**l-k-d;**
0	1	0	1	0	0	1	1	**l-k-d; p-o; q;**
0	1	1	0	0	1	0	1	**l-k-d; m; f-g-b-d; f-h-j-k-d; i-j-k-d;**
0	1	1	1	1	0	0	0	**l-k-d; m; f-g-b-d; f-h-j-k-d; i-j-k-d; n-o; p-o; q;**
1	0	0	0	0	0	0	1	**a-b-c;**
1	0	0	1	0	0	1	1	**a-b-c; p-o; q;**
1	0	1	0	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
1	0	1	1	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
1	1	0	0	0	1	0	0	**a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d;**
1	1	0	1	0	1	1	0	**a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; p-o; q;**
1	1	1	0	1	0	1	1	**a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; m; f-g-b-c; f-g-b-d; f-h-j-k-c; f-h-j-k-d; i-j-k-c; i-j-k-d;**
1	1	1	1	1	1	1	0	**a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; m; f-g-b-c; f-g-b-d; f-h-j-k-c; f-h-j-k-d; i-j-k-c; i-j-k-d; n-o; p-o; q;**

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција => најмање коришћење И, ИЛИ и НЕ елемената; ако два израза имају исти број логичких

Излазни сигнал $\mathbf{Z_1}$:

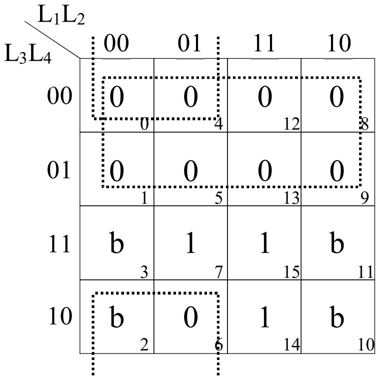


ДНФ:

$$Z_1 = L_3L_4 + L_1L_3 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_1 = L_3(L_4 + L_1)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **2**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

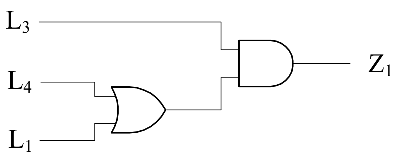


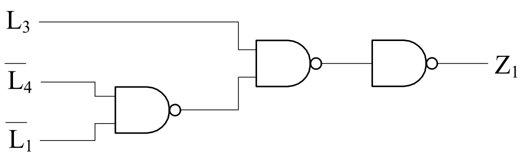
КНФ:

$$Z_1 = L_3(L_4 + L_1)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **2**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза





Излазни сигнал $\mathbf{Z_2}$:

L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	1 (12)	0 (8)
01	0 (1)	0 (5)	1 (13)	0 (9)
11	b (3)	0 (7)	1 (15)	b (11)
10	b (2)	1 (6)	0 (14)	b (10)

ДНФ (1):

$$Z_2 = L_1L_2\overline{L}_3 + L_1L_2L_4 + \overline{L}_1L_3\overline{L}_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_1L_2(\overline{L}_3 + L_4) + \overline{L}_1L_3\overline{L}_4$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **6**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	1 (12)	0 (8)
01	0 (1)	0 (5)	1 (13)	0 (9)
11	b (3)	0 (7)	1 (15)	b (11)
10	b (2)	1 (6)	0 (14)	b (10)

ДНФ (2):

$$Z_2 = L_1L_2\overline{L}_3 + L_1L_3L_4 + \overline{L}_1L_3\overline{L}_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_1(L_2\overline{L}_1 + L_3L_4) + \overline{L}_1L_3\overline{L}_4$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **7**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

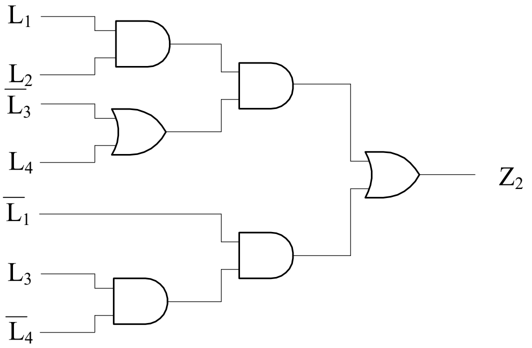
L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0 (0)	0 (4)	1 (12)	0 (8)
01	0 (1)	0 (5)	1 (13)	0 (9)
11	b (3)	0 (7)	1 (15)	b (11)
10	b (2)	1 (6)	0 (14)	b (10)

КНФ:

$$Z_2 = L_2(\overline{L}_1 + \overline{L}_3 + L_4)(L_1 + L_3)(L_1 + \overline{L}_4)$$
$$\xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_2(\overline{L}_1 + \overline{L}_3 + L_4)(L_1 + L_3\overline{L}_4)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **6**

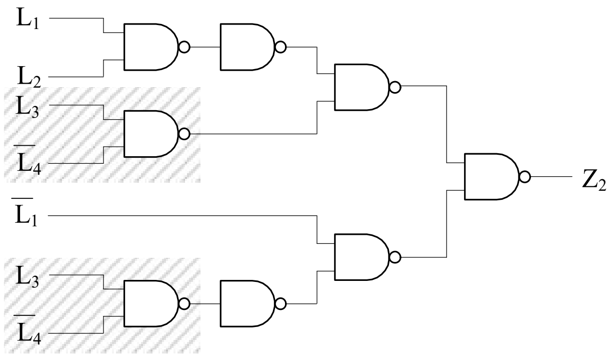
* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Дискусија:

Потребно је обратити пажњу како се групишу сигнали у двоулазна кола, јер као последицу одабира можемо да смањимо шему са НИ колима.

На слици је шрафиран део шеме који се понавља. Довољно је реализовати једно коло, а затим га искористи у другом делу шеме.



Излазни сигнал **Z₃**:

L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	b $_{2}$	0 $_{6}$	1 $_{14}$	b $_{10}$

ДНФ:

$$Z_3 = \overline{L}_3 L_4 + L_1 L_3$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

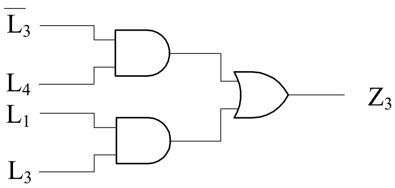
L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0 $_{0}$	0 $_{4}$	0 $_{12}$	0 $_{8}$
01	1 $_{1}$	1 $_{5}$	1 $_{13}$	1 $_{9}$
11	b $_{3}$	0 $_{7}$	1 $_{15}$	b $_{11}$
10	b $_{2}$	0 $_{6}$	1 $_{14}$	b $_{10}$

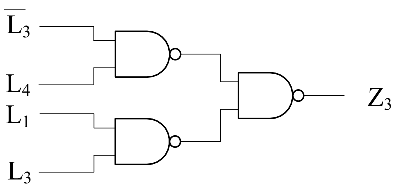
КНФ:

$$Z_3 = (L_3 + L_4)(\overline{L}_3 + L_1)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза





Излазни сигнал $\mathbf{Z_4}$:

L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0_{0}	1_{4}	0_{12}	1_{8}
01	0_{1}	1_{5}	0_{13}	1_{9}
11	b_{3}	0_{7}	0_{15}	b_{11}
10	b_{2}	1_{6}	1_{14}	b_{10}

ДНФ:

$$Z_4 = \overline{L}_1 L_2 \overline{L}_3 + L_1 \overline{L}_2 + L_3 \overline{L}_4$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **6**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

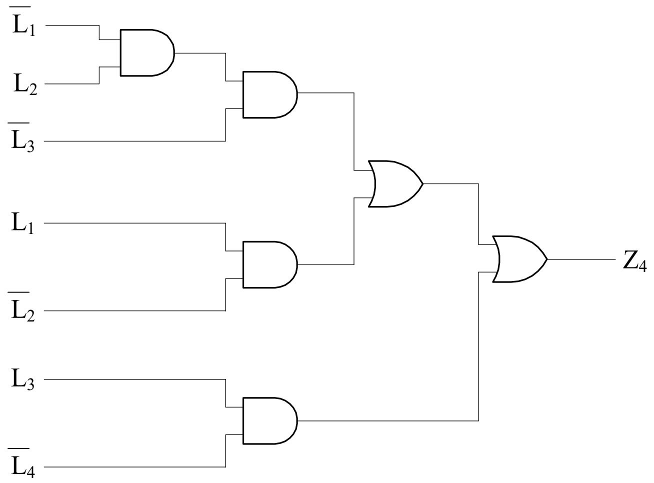
L_3L_4 \ L_1L_2	00	01	11	10
00	0_{0}	1_{4}	0_{12}	1_{8}
01	0_{1}	1_{5}	0_{13}	1_{9}
11	b_{3}	0_{7}	0_{15}	b_{11}
10	b_{2}	1_{6}	1_{14}	b_{10}

КНФ:

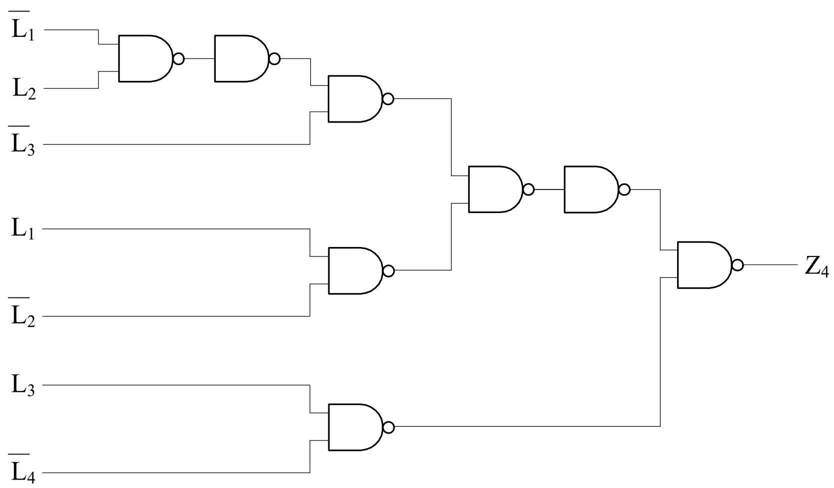
$$Z_4 = (\overline{L}_1 + \overline{L}_2 + L_3)(L_1 + L_2)(\overline{L}_3 + \overline{L}_4)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **1**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза



$\overline{L_1}$
L_2
$\overline{L_3}$
L_1
$\overline{L_2}$
L_3
$\overline{L_4}$
Z_4



$\overline{L_1}$
L_2
$\overline{L_3}$
L_1
$\overline{L_2}$
L_3
$\overline{L_4}$
Z_4