

## Задатак 1

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 + \bar{X}_3) + \bar{X}_1 \cdot \overline{(X_2 \oplus X_3)} + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot \overline{(X_2 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_2 \cdot X_3)} + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot (X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3) + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot (\bar{X}_1 + 1)$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_1 \cdot \bar{X}_2 + X_1 \cdot \bar{X}_3 + \bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3 + \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3$$

$$f(1) = \{10X, 1X0, 011, X00\}$$

$$f(1) = \{100, 101, 110, 011, 011, 000\}$$

$$f(1) = \{0, 3, 4, 5, 6\}$$

$$f(0) = \{1, 2, 7\}$$

$$g(X_1, X_2, X_3) = \overline{\bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot X_3} \cdot \overline{\bar{X}_1 \cdot X_2 \cdot \bar{X}_3} \cdot \overline{\bar{X}_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot X_3}$$

$$g(X_1, X_2, X_3) = (\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3) \cdot (X_1 + \bar{X}_2 + X_3) \cdot (X_1 + X_2 + \bar{X}_3)$$

$$g(0) = \{111, 010, 001\}$$

$$g(0) = \{1, 2, 7\}$$

$$g(0) = \{0, 3, 4, 5, 6\}$$

а) Да.

б) Да.

## Задатак 2

а)

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = \overline{\bar{X}_1 + \bar{X}_2 + \bar{X}_3} \cdot \overline{\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3} + X_1 \cdot X_2 \cdot \overline{\bar{X}_3 \cdot X_2 \cdot X_4}$$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot (\overline{\bar{X}_2 + \bar{X}_3} \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot \overline{\bar{X}_3 \cdot X_2 \cdot X_4})$$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot (X_3 + \bar{X}_2) \cdot X_4)$$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot (\bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4)$$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$

$$f(1) = \{100X, 1111\} = \{8, 9, 15\}$$

		$X_1X_2$			
		00	01	11	10
$X_3X_4$	00	0 0	0 4	0 12	1 8
	01	0 1	0 5	0 13	1 9
	11	0 3	0 7	1 15	0 11
	10	0 2	0 6	0 14	0 10

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4) = X_1 \cdot \bar{X}_2 \cdot \bar{X}_3 + X_1 \cdot X_2 \cdot X_3 \cdot X_4$$

6)

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1X_2 + \overline{X_2 + X_3} + \bar{X}_1X_3$$

$$f(X_1, X_2, X_3) = X_2\bar{X}_3 + \bar{X}_1X_2 + \bar{X}_2X_3 + \bar{X}_1X_3$$

$$f(b) = \{6\}$$

$$f(1) = \{X10, 01X, X01, 0X1\} = \{2, 6, 3, 1, 5\}$$

$$f(0) = \{0, 4, 7\}$$

		$X_1X_2$			
		00	01	11	10
$X_3$	0	0 0	1 2	b 6	0 4
	1	1 1	1 3	0 7	1 5

$$f(X_1, X_2, X_3) = (X_2 + X_3)(\bar{X}_1 + \bar{X}_2)$$

В)

$$f(0) = \{1, 4, 9, 10, 12, 13, 15, 16, 21, 25, 28, 29\}$$

$$f(b) = \{8, 17, 20, 26, 27, 30\}$$

$$f(1) = \{0, 2, 3, 5, 6, 7, 11, 14, 18, 19, 22, 23, 24, 31\}$$

		$X_2X_3$			
		00	01	11	10
$X_4X_5$	00	1 0	0 4	0 12	b 8
	01	0 1	1 5	0 13	0 9
	11	1 3	1 7	0 15	1 11
	10	1 2	1 6	1 14	0 10

$$X_1 = 0$$

		$X_2X_3$			
		00	01	11	10
$X_4X_5$	00	0 16	b 20	0 28	1 24
	01	b 17	0 21	0 29	0 25
	11	1 19	1 23	1 31	b 27
	10	1 18	1 22	b 30	b 26

$$X_1 = 1$$

$$f(X_1, X_2, X_3, X_4, X_5) = X_1X_4 + \overline{X_2}X_4 + \overline{X_3}X_4X_5 + X_3X_4\overline{X_5} + \overline{X_1}\overline{X_3}\overline{X_4}\overline{X_5} + \overline{X_1}\overline{X_2}X_3X_5 + X_1X_2\overline{X_3}\overline{X_5}$$

### Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала ( $L_1, L_2, L_3, L_4$ ) и четири излазна сигнала ( $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ ). Улазни сигнали представљају информацију да ли ски лифт ради или не ради.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је  $L_4, L_3, L_2, L_1$ , док је излазни  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ ), у колони Коментар су наведене све стазе по којима скијаши могу да скијају :

$L_1$	$L_2$	$L_3$	$L_4$	$Z_1$	$Z_2$	$Z_3$	$Z_4$	Коментар
0	0	0	0	0	0	0	0	- нема стаза -
0	0	0	1	0	0	1	0	<b>p-o; q;</b>
0	0	1	0	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
0	0	1	1	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
0	1	0	0	0	0	0	1	<b>l-k-d;</b>
0	1	0	1	0	0	1	1	<b>l-k-d; p-o; q;</b>
0	1	1	0	0	1	0	1	<b>l-k-d; m; f-g-b-d; f-h-j-k-d; i-j-k-d;</b>
0	1	1	1	1	0	0	0	<b>l-k-d; m; f-g-b-d; f-h-j-k-d; i-j-k-d; n-o; p-o; q;</b>
1	0	0	0	0	0	0	1	<b>a-b-c;</b>
1	0	0	1	0	0	1	1	<b>a-b-c; p-o; q;</b>
1	0	1	0	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
1	0	1	1	b	b	b	b	- не може да се деси јер до ски лифта 3 не постоји ни једна стаза по којој скијаши могу да скијају -
1	1	0	0	0	1	0	0	<b>a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d;</b>
1	1	0	1	0	1	1	0	<b>a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; p-o; q;</b>
1	1	1	0	1	0	1	1	<b>a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; m; f-g-b-c; f-g-b-d; f-h-j-k-c; f-h-j-k-d; i-j-k-c; i-j-k-d;</b>
1	1	1	1	1	1	1	0	<b>a-b-c; a-b-d; l-k-c; l-k-d; m; f-g-b-c; f-g-b-d; f-h-j-k-c; f-h-j-k-d; i-j-k-c; i-j-k-d; n-o; p-o; q;</b>

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција => најмање коришћење И, ИЛИ и НЕ елемената; ако два израза имају исти број логичких

Излазни сигнал  $Z_1$ :

		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0 0	0 4	0 12	0 8
	01	0 1	0 5	0 13	0 9
	11	b 3	1 7	1 15	b 11
	10	b 2	0 6	1 14	b 10

**ДНФ:**

$$Z_1 = L_3L_4 + L_1L_3 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_1 = L_3(L_4 + L_1)$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): **2**

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза

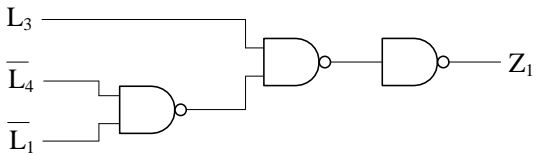
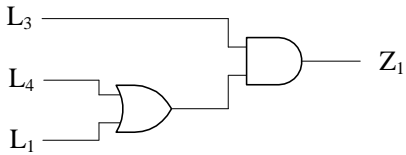
		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0 0	0 4	0 12	0 8
	01	0 1	0 5	0 13	0 9
	11	b 3	1 7	1 15	b 11
	10	b 2	0 6	1 14	b 10

**КНФ:**

$$Z_1 = L_3(L_4 + L_1)$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): **2**

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Излазни сигнал  $Z_2$ :

		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
	11	b	0	1	b
	10	b	1	0	b

ДНФ (1):

$$Z_2 = L_1L_2\bar{L}_3 + L_1L_2L_4 + \bar{L}_1L_3\bar{L}_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_1L_2(\bar{L}_3 + L_4) + \bar{L}_1L_3\bar{L}_4$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): 6

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза

		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
	11	b	0	1	b
	10	b	1	0	b

ДНФ (2):

$$Z_2 = L_1L_2\bar{L}_3 + L_1L_3L_4 + \bar{L}_1L_3\bar{L}_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_1(L_2\bar{L}_1 + L_3L_4) + \bar{L}_1L_3\bar{L}_4$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): 7

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза

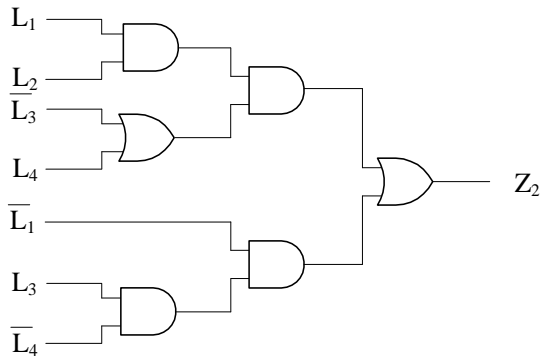
		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0	0	1	0
	01	0	0	1	0
	11	b	0	1	b
	10	b	1	0	b

КНФ:

$$Z_2 = L_2(\bar{L}_1 + \bar{L}_3 + L_4)(L_1 + L_3)(L_1 + \bar{L}_4) \xrightarrow{\text{факторисање}} Z_2 = L_2(\bar{L}_1 + \bar{L}_3 + L_4)(L_1 + L_3\bar{L}_4)$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): 6

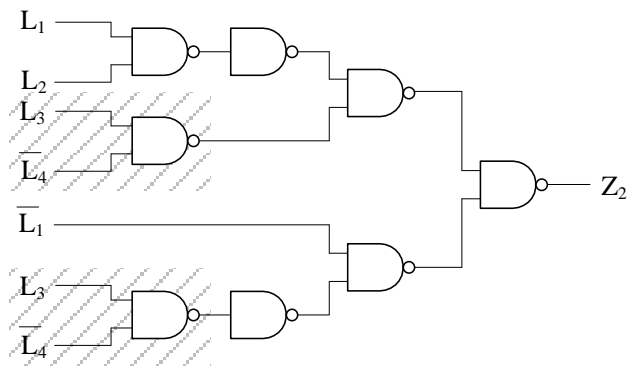
\* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Дискусија:

Потребно је обратити пажњу како се групишу сигнали у двоулазна кола, јер као последицу одабира можемо да смањимо шему са НИ колима.

На слици је шрафиран део шеме који се понавља. Довољно је реализовати једно коло, а затим га искористи у другом делу шеме.



Изразни сигнал  $Z_3$ :

		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0 0	0 4	0 12	0 8
	01	1 1	1 5	1 13	1 9
	11	b 3	0 7	1 15	b 11
	10	b 2	0 6	1 14	b 10

ДНФ:

$$Z_3 = \bar{L}_3L_4 + L_1L_3$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): 3

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза

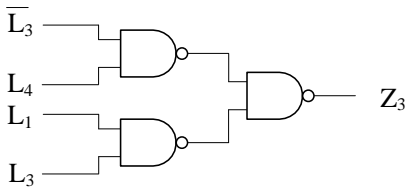
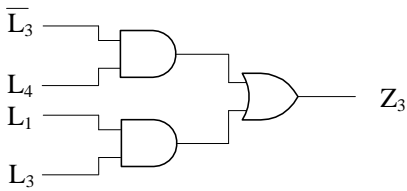
		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0 0	0 4	0 12	0 8
	01	1 1	1 5	1 13	1 9
	11	b 3	0 7	1 15	b 11
	10	b 2	0 6	1 14	b 10

КНФ:

$$Z_3 = (L_3 + L_4)(\bar{L}_3 + L_1)$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): 3

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Изразни сигнал  $Z_4$ :

		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	b	0	0	b
	10	b	1	1	b

ДНФ:

$$Z_4 = \bar{L}_1L_2\bar{L}_3 + L_1\bar{L}_2 + L_3\bar{L}_4$$

Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): **6**

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза

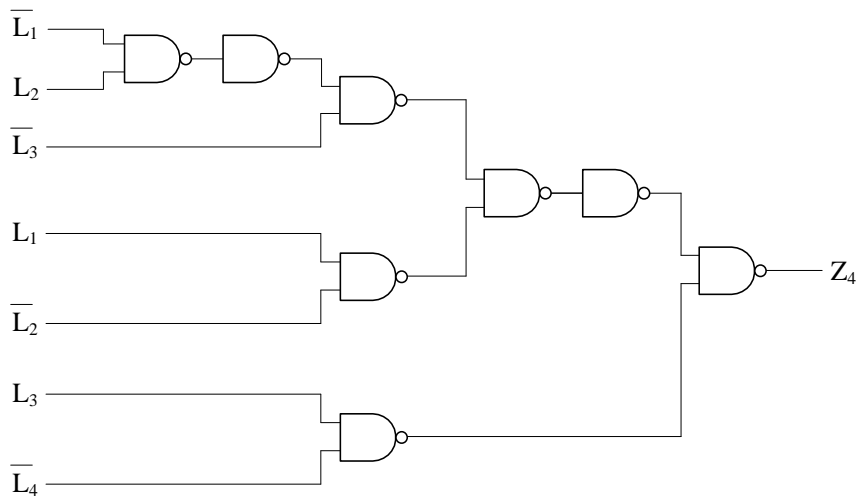
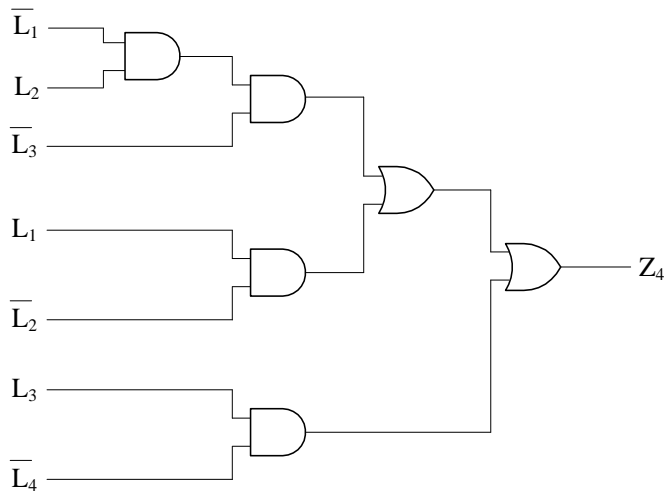
		$L_1L_2$			
		00	01	11	10
$L_3L_4$	00	0	1	0	1
	01	0	1	0	1
	11	b	0	0	b
	10	b	1	1	b

КНФ:

$$Z_4 = (\bar{L}_1 + \bar{L}_2 + L_3)(L_1 + L_2)(\bar{L}_3 + \bar{L}_4)$$

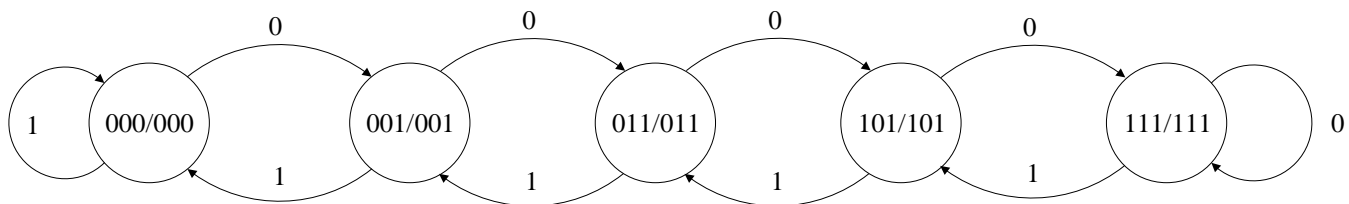
Број логичких елемената \* (И, ИЛИ и НЕ): **1**

\* Дозвољене комплементарне вредности улаза



### Задатак 4

Прво је потребно нацртати граф прелаза/излаза:



На основу графа потребно је попунити таблицу прелаза и на основу таблице одредити вредности сигнала побуде JK флип флопова на основу прелаза стања:

X	Q(t)	Q(t+1)	J <sub>1</sub>	K <sub>1</sub>	J <sub>2</sub>	K <sub>2</sub>	J <sub>3</sub>	K <sub>3</sub>	Z
0	000	010	0	b	1	b	0	b	000
0	001	bbb	b	b	b	b	b	b	bbb
0	010	011	0	b	b	0	1	b	010
0	011	101	1	b	b	1	b	0	011
0	100	bbb	b	b	1	b	b	b	bbb
0	101	111	b	0	1	b	b	0	101
0	110	bbb	b	b	b	b	b	b	bbb
0	111	111	b	0	b	0	b	0	111
1	000	000	0	b	0	b	0	b	000
1	001	000	b	b	b	b	b	b	001
1	010	bbb	0	b	b	1	0	b	bbb
1	011	001	0	b	b	0	b	1	011
1	100	bbb	b	b	b	b	b	b	bbb
1	101	011	b	1	1	b	b	0	101
1	110	bbb	b	b	b	b	b	b	bbb
1	111	101	b	0	b	1	b	0	111

Након тога се помоћу карнаових карти одређују минимални ДНФ (или КНФ) сигнала побуде:

X \ Q <sub>2</sub> Q <sub>3</sub>	00	01	11	10
00	0 0	b 4	b 12	0 8
01	b 1	b 5	b 13	b 9
11	1 3	b 7	b 15	0 11
10	0 2	b 6	b 14	0 10

$$J_1 = \bar{X} \cdot Q_3$$

X \ Q <sub>2</sub> Q <sub>3</sub>	00	01	11	10
00	b 0	b 4	b 12	b 8
01	b 1	0 5	1 13	b 9
11	b 3	0 7	0 15	b 11
10	b 2	b 6	b 14	b 10

$$K_1 = X \cdot \bar{Q}_2$$

$X \backslash Q_2 Q_3$	$Q_1$	00	01	11	10
00		1 <sub>0</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>12</sub>	0 <sub>8</sub>
01		b <sub>1</sub>	1 <sub>5</sub>	1 <sub>13</sub>	b <sub>9</sub>
11		b <sub>3</sub>	b <sub>7</sub>	b <sub>15</sub>	b <sub>11</sub>
10		b <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>14</sub>	0 <sub>10</sub>

$$J_2 = \bar{X} + Q_3$$

$X \backslash Q_2 Q_3$	$Q_1$	00	01	11	10
00		b <sub>0</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>12</sub>	b <sub>8</sub>
01		b <sub>1</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>13</sub>	b <sub>9</sub>
11		1 <sub>3</sub>	0 <sub>7</sub>	1 <sub>15</sub>	0 <sub>11</sub>
10		0 <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>14</sub>	1 <sub>10</sub>

$$K_2 = \bar{X} \cdot \bar{Q}_1 \cdot Q_3 + X \cdot Q_1 + X \cdot \bar{Q}_3$$

$X \backslash Q_2 Q_3$	$Q_1$	00	01	11	10
00		0 <sub>0</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>12</sub>	0 <sub>8</sub>
01		b <sub>1</sub>	b <sub>5</sub>	b <sub>13</sub>	b <sub>9</sub>
11		b <sub>3</sub>	b <sub>7</sub>	b <sub>15</sub>	b <sub>11</sub>
10		1 <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>14</sub>	0 <sub>10</sub>

$$J_3 = \bar{X} \cdot Q_2$$

$X \backslash Q_2 Q_3$	$Q_1$	00	01	11	10
00		b <sub>0</sub>	b <sub>4</sub>	b <sub>12</sub>	b <sub>8</sub>
01		b <sub>1</sub>	0 <sub>5</sub>	0 <sub>13</sub>	b <sub>9</sub>
11		0 <sub>3</sub>	0 <sub>7</sub>	0 <sub>15</sub>	1 <sub>11</sub>
10		b <sub>2</sub>	b <sub>6</sub>	b <sub>14</sub>	b <sub>10</sub>

$$K_3 = X \cdot \bar{Q}_1$$

У последњем кораку је потребно нацртати структурну шему на основу претходно одређених сигнала побуде:

