

Надокнада првог колоквијума из Основа рачунарске технике I - 2014/2015.

(10.05.2015.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

Функције имају исту вредност на оним векторима где важи:

$$f(1) = g(1) = h(1) \wedge f(0) = g(0) = h(0)$$

Потребно је изразити све три функције преко ДНФ или преко КНФ облика, а затим их упоредити коришћењем кубова, најбоље преко комбинационе таблице, у којој за сваки вектор посматрамо три вредности - вредност функције f , функције g и функције h .

Према описаним правилима на вежбама, након сређивања ових израза, за представљање нормалних форми помоћу кубова, потпуним развијањем добијамо:

$$f(1) = \{x_010, 01xx, 0x10\} = \{0010, 1010, 0100, 0101, 0110, 0111, 0010, 0110\} = \{2, 4, 5, 6, 7, 10\}$$

$$g(1) = \{0011, x_010\} = \{0011, 0010, 1010\} = \{2, 3, 10\}$$

$$h(1) = \{0xx0, x10x, 1x00\} = \{0000, 0010, 0100, 0110, 0100, 0101, 1100, 1101, 1000, 1100\} \\ = \{0, 2, 4, 5, 6, 8, 12, 13\}$$

Када одредимо $f(1)$, $g(1)$ и $h(1)$, онда можемо да одредимо и $f(0)$, $g(0)$ и $h(0)$. Пошто се ради о потпуно дефинисаним функцијама.

Комбинациона таблица за функције f , g и h изгледа овако:

i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	f	g	h
0	0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0
2	0	0	1	0	1	1	1
3	0	0	1	1	0	1	0
4	0	1	0	0	1	0	1
5	0	1	0	1	1	0	1
6	0	1	1	0	1	0	1
7	0	1	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0	0	0
10	1	0	1	0	1	1	0
11	1	0	1	1	0	0	0
12	1	1	0	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	0	1
14	1	1	1	0	0	0	0
15	1	1	1	1	0	0	0

Као што видимо скуп вектора на којима су функције исте је: { 1, 2, 9, 11, 14, 15 }

Задатак 2

$$a) f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot (\overline{x_1} \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4) + ((x_1 + x_3 + x_4) + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4)$$

Даљом применом Де Морганове теореме добијамо:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} \cdot (\overline{x_1} \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4) + ((x_1 + x_3 + x_4) + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 + x_3 + x_4) + \overline{(x_1 \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4)} + \overline{(x_1 \cdot x_3 \cdot x_4)} + \overline{x_1 \cdot (x_2 + x_4)}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 + x_3 + x_4 + \overline{x_1} \cdot x_2 + x_3 \cdot x_4 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4} + \overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot x_4$$

Даљим сређивањем, применом закона о комплементу, када је $x_i(x_j + \overline{x_j}) = x_i$, за $\overline{x_1} \cdot x_2 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} = \overline{x_1}$ добијамо:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} + x_2 + x_3 + x_4 + \overline{x_1} \cdot (x_4 \cdot (x_3 + 1))$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot (1 + x_4) + x_2 + x_3 + x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} + x_2 + x_3 + x_4$$

Добили смо функцију у КНФ облику:

$$f(0) = \{1000\} = \{8\}$$

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$		x_1x_2			
		00	01	11	10
00	00	1	1	1	0
01	01	1	1	1	1
11	11	1	1	1	1
10	10	1	1	1	1

Добијена функција јесте минимална КНФ функција.

б) Функцију f ћемо изразити у ДНФ или КНФ облику, према правилима за представљање нормалних форми помоћу кубова, а пре тога ћемо је средити:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \oplus x_2) \cdot (x_2 + \overline{x_3} + \overline{x_4}) \cdot (x_1 + x_4) + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_1} \cdot x_2) \cdot (x_2 + \overline{x_3} + \overline{x_4}) \cdot (x_1 + x_4) + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_4$$

$$f(1) = \{01x1, 100x, 10x0, 10x1\} = \{0101, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011\}$$

Према правилима за одређивање минималне ДНФ прекидачке функције, помоћу Карноове карте, за функцију f која има четири променљиве x_1, x_2, x_3, x_4 добијамо:

$x_1x_2 \backslash x_3x_4$		x_1x_2			
		00	01	11	10
00	00	0	0	0	1
01	01	0	1	0	1
11	11	0	1	0	1
10	10	0	0	0	1

На крају формирамо минималну КНФ функције, као производ елементарних сума

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2}) \cdot (x_1 + x_4)$$

или

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2}) \cdot (\overline{x_2} + x_4)$$

в) У задатку је дат скуп вектора на којима функција f има вредност један - $f(1)$, и скуп вектора на којима функција f није дефинисана - $f(b)$.

$x_1=0$

x_2x_3 x_4x_5	00	01	11	10
00			1	1
01		1		
11	b	1		b
10	1		1	1

$x_1=1$

x_2x_3 x_4x_5	00	01	11	10
00			1	1
01		1		
11	1			b
10	1		1	1

У Карноовим картама налазимо правилне фигуре што је могуће већег ранга, које ћемо заокружити:

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 \cdot \overline{x_5} + \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot \overline{x_4} \cdot x_5 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 \cdot x_5$$

Задатак 3

i	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	z ₁	z ₂	z ₃	z ₄	z ₅
0	0	0	0	0	b	b	b	b	b
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1
2	0	0	1	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	1	1	0	0	1	1
4	0	1	0	0	1	0	1	0	0
5	0	1	0	1	1	0	1	0	1
6	0	1	1	0	1	0	1	1	0
7	0	1	1	1	1	0	1	1	1
8	1	0	0	0	1	1	0	0	1
9	1	0	0	1	1	1	0	1	0
10	1	0	1	0	1	1	0	1	1
11	1	0	1	1	1	1	1	0	1
12	1	1	0	0	1	1	1	1	0
13	1	1	0	1	1	1	1	1	1
14	1	1	1	0	b	b	b	b	b
15	1	1	1	1	b	b	b	b	b

x_1x_2		x_3x_4			
		00	01	11	10
		00	01	11	10
	00	b	1	1	1
	01	1	1	1	1
	11	1	1	b	1
	10	1	1	b	1

$$z_1 = 1$$

x_1x_2		x_3x_4			
		00	01	11	10
		00	01	11	10
	00	b	0	1	1
	01	0	0	1	1
	11	0	0	b	1
	10	0	0	b	1

$$z_2 = x_1$$

x_1x_2		x_3x_4			
		00	01	11	10
		00	01	11	10
	00	b	1	1	0
	01	0	1	1	0
	11	0	1	b	1
	10	0	1	b	0

$$z_3 = x_2 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4$$

x_1x_2		x_3x_4			
		00	01	11	10
		00	01	11	10
	00	b	0	1	0
	01	0	0	1	1
	11	1	1	b	0
	10	1	1	b	1

$$z_4 = x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 + x_3 \cdot x_4$$

$$z_4 = x_1 \cdot (x_2 + \overline{x_3} \cdot x_4) + x_3 \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_4})$$

x_1x_2 x_3x_4		x_1x_2			
		00	01	11	10
00		b	0	0	1
01		1	1	1	0
11		1	1	b	1
10		0	0	b	1

$$z_5 = \overline{x_1} \cdot x_4 + x_2 \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}$$
 или другачијим избором фигура:

$$z_5 = \overline{x_1} \cdot x_4 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}$$

Сада од добијених функција треба нацртати комбинациону мрежу са И и ИЛИ елементима, а затим те елементе трансформисати у двоулазне НИ елементе, сходно примерима са вежби.