

Надокнада првог колоквијума из Основа рачунарске технике I СИ- 2017/2018

(29.04.2018.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \overline{\overline{\overline{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3}}}}} =$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_2 \cdot \overline{x_3} + x_4 \cdot (\overline{\overline{\overline{x_1 \cdot x_2 + \overline{x_3}}}}) \cdot x_4 \cdot (\overline{x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}})}}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot \overline{x_3} + x_4) \cdot (x_1 \cdot x_2 + \overline{x_3}) \cdot x_4 \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3})$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_3} + x_4 \cdot x_1 \cdot x_2 + x_4 \cdot \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4) \cdot (\overline{x_1} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot (x_2 + 1) + x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4) \cdot (\overline{x_1} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 \cdot \overline{x_3} + x_2 \cdot \overline{x_3} + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4) \cdot (\overline{x_1} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_1} \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 +$$

$$+ x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_1} \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_2} \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 +$$

$$+ x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot \overline{x_1} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot \overline{x_2} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_4 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 +$$

$$+ \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot \overline{x_1} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_3} \cdot x_4 =$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_3} \cdot x_4 \cdot (x_1 \cdot \overline{x_2} + x_1 + \overline{x_1} \cdot x_2 + x_2 + x_1 \cdot x_2 + \overline{x_1} + \overline{x_2} \cdot + 1) =$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_3} \cdot x_4$$

$$f(1) = \{XX01\} = \{0001, 0101, 1001, 1101\}$$

$$SDNF: f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot x_4$$

Задатак 2

Тачка А

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_3 + x_1 \cdot \overline{x_2}$$

$$f(1) = \{000X, 011X, 10XX\}$$

$$= \{0000, 0001, 0110, 0111, 1000, 1001, 1010, 1011\}$$

$$= \{0, 1, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

X ₃ X ₄ \ X ₁ X ₂	00	01	11	10
00	1 ₀	0 ₄	0 ₁₂	1 ₈
01	1 ₁	0 ₅	0 ₁₃	1 ₉
11	0 ₃	1 ₇	0 ₁₅	1 ₁₁
10	0 ₂	1 ₆	0 ₁₄	1 ₁₀

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_2} + x_3) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2})$$

Тачка Б

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 + x_4 + \overline{x_1} \cdot x_3) \cdot (\overline{x_2} + (x_1 + \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_1} + x_3))$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} + x_2 + x_4) \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \cdot (\overline{x_2} + x_1 + \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}) \cdot (\overline{x_2} + \overline{x_1} + x_3)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} + x_2 + x_4) \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \cdot (\overline{x_2} + x_1 + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_2} + x_1 + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_2} + \overline{x_1} + x_3)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{x_1} + x_2 + x_4) \cdot (x_2 + x_3 + x_4) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}) \cdot (x_1 + \overline{x_2} + \overline{x_3}) \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3)$$

$$f(0) = \{10X0, X000, 011X, 01X1, 110X\}$$

$$f(0) = \{1000, 1010, 0000, 1000, 0110, 0111, 0101, 0111, 1100, 1101\}$$

$$f(0) = \{8, 10, 0, 8, 6, 7, 5, 7, 12, 13\}$$

$$f(0) = \{0, 5, 6, 7, 8, 10, 12, 13\}$$

$$f(1) = \{1, 2, 3, 4, 9, 11, 14, 15\}$$

X ₃ X ₄ \ X ₁ X ₂	00	01	11	10
00	0 ₀	1 ₄	0 ₁₂	0 ₈
01	1 ₁	0 ₅	0 ₁₃	1 ₉
11	1 ₃	0 ₇	1 ₁₅	1 ₁₁
10	1 ₂	0 ₆	1 ₁₄	0 ₁₀

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{x_2} \cdot x_4 + \overline{x_1} \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot \overline{x_3} \cdot \overline{x_4}$$

Тачка В

$$f(0) = \{1, 3, 5, 6, 11\}$$

$$f(b) = \{4, 12, 14, 15\}$$

$$f(1) = \{0, 2, 7, 8, 9, 10, 13\}$$

$X_3 \backslash X_1 X_2$	00	01	11	10
00	1	b	b	1
01	0	0	1	1
11	0	1	b	0
10	1	0	b	1

Клетки с 'b' (4, 12, 14, 15) и '1' (1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 13) соответствуют заданным наборам значений функции. Дotted lines indicate groupings for the derivation of the simplified function.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 + x_2 \cdot x_3 \cdot x_4$$

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (X_1, X_2, X_3, X_4) и четири излазна сигнала (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4). Улазним сигнаlima X_1 и X_2 се дефинише количина пића, док се са улазним сигнаlima X_3 и X_4 дефинише врста пића. На основу улазних података на излазним сигнаlima Z_1, Z_2, Z_3 и Z_4 се приказује цена пића. У задатку је напоменуто да није могуће одабрати нула чаша/шоља, па самим тим на векторе код којих су $X_1=X_2=0$ нећемо користити, па код тих вектора излаз комбинационе мреже треба да има вредност b (тај вектор није дозвољен - не користе се). Код осталих вектора цена пића се добија множењем количине пића са ценом једне мере. Цена мере је дата таблицом задатка.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је X_1, X_2, X_3, X_4 , док је Z_1, Z_2, Z_3, Z_4):

X_1	X_2	Количина
0	1	1 чаша/шоља
1	0	2 чаше/шоље
1	1	3 чаше/шоље

X_3	X_4	Врста пића	Цена мере
0	0	кисела вода	2 динара
0	1	чај	3 динара
1	0	кафа	4 динара
1	1	сок	5 динара

X_1	X_2	X_3	X_4	Z_1	Z_2	Z_3	Z_4
0	0	0	0	b	b	b	b
0	0	0	1	b	b	b	b
0	0	1	0	b	b	b	b
0	0	1	1	b	b	b	b
0	1	0	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	0	0	1
1	1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција => најмање коришћење И, ИЛИ и НЕ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо било који). Реализована шема треба да се трансформише у шему која има само НИЛИ елементе.

Излазни сигнал Z_1 :

	X_1X_2			
X_3X_4	00	01	11	10
00	b 0	0 4	0 12	0 8
01	b 1	0 5	1 13	0 9
11	b 3	0 7	1 15	1 11
10	b 2	0 6	1 14	1 10

ДНФ:

$$Z_1 = X_1X_3 + X_1X_2X_4 \xrightarrow{\text{факторисање}} X_1(X_3 + X_2X_4)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

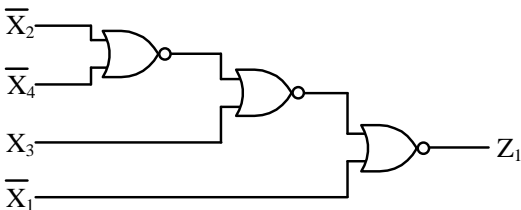
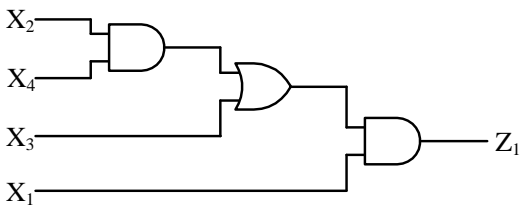
	X_1X_2			
X_3X_4	00	01	11	10
00	b 0	0 4	0 12	0 8
01	b 1	0 5	1 13	0 9
11	b 3	0 7	1 15	1 11
10	b 2	0 6	1 14	1 10

КНФ:

$$Z_1 = X_1(X_2 + X_3)(X_3 + X_4) \xrightarrow{\text{факторисање}} X_1(X_3 + X_2X_4)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза



Изразни сигнал Z_2 :

	X_1X_2			
X_3X_4	00	01	11	10
00	b	0	1	1
01	b	0	0	1
11	b	1	1	0
10	b	1	1	0

ДНФ:

$$Z_2 = X_2X_3 + \overline{X_2}\overline{X_3} + X_1\overline{X_3}\overline{X_4} \xrightarrow{\text{факторисање}} X_2X_3 + \overline{X_3}(\overline{X_2} + X_1\overline{X_4})$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

	X_1X_2			
X_3X_4	00	01	11	10
00	b	0	1	1
01	b	0	0	1
11	b	1	1	0
10	b	1	1	0

ДНФ:

$$Z_2 = X_2X_3 + \overline{X_2}\overline{X_3} + X_1X_2\overline{X_4} \xrightarrow{\text{факторисање}} \overline{X_2}\overline{X_3} + X_2(X_3 + X_1\overline{X_4})$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

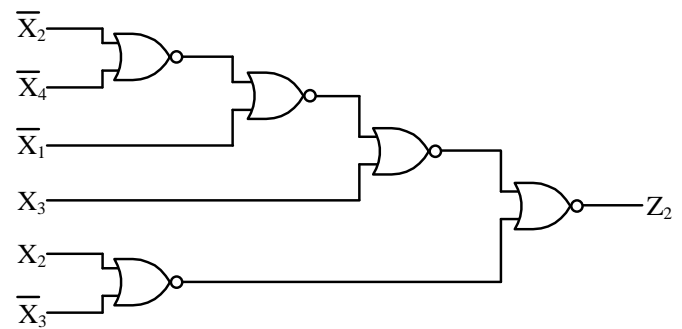
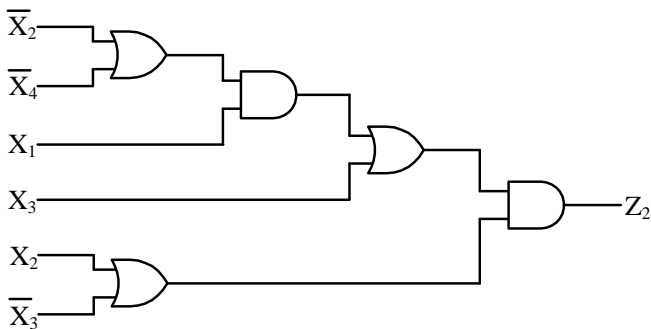
	X_1X_2			
X_3X_4	00	01	11	10
00	b	0	1	1
01	b	0	0	1
11	b	1	1	0
10	b	1	1	0

КНФ:

$$Z_2 = (X_1 + X_3)(X_2 + \overline{X_3})(\overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4}) \xrightarrow{\text{факторисање}} (X_2 + \overline{X_3})(X_3 + X_1(\overline{X_2} + \overline{X_4}))$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза



Излазни сигнал Z_3 :

	X_1X_2				
	00	01	11	10	
X_3X_4	00	b	1	1	0
	01	b	1	0	1
	11	b	0	1	1
	10	b	0	0	0

ДНФ:

$$Z_3 = \overline{X_1} \overline{X_3} + \overline{X_2} X_4 + X_2 \overline{X_3} \overline{X_4} + X_1 X_3 X_4$$

факторисање $\rightarrow \overline{X_3} (\overline{X_1} + X_2 \overline{X_4}) + X_4 (\overline{X_2} + X_1 X_3)$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): 7

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

	X_1X_2				
	00	01	11	10	
X_3X_4	00	b	1	1	0
	01	b	1	0	1
	11	b	0	1	1
	10	b	0	0	0

КНФ:

$$Z_3 = (X_1 + \overline{X_3})(\overline{X_3} + X_4)(X_2 + X_4)(\overline{X_1} + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4})$$

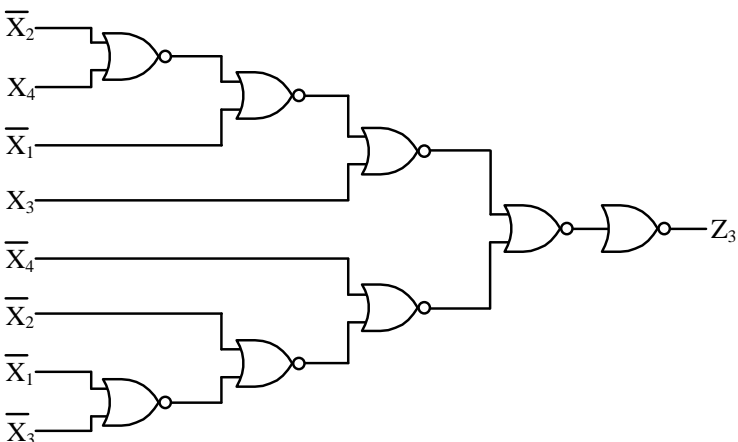
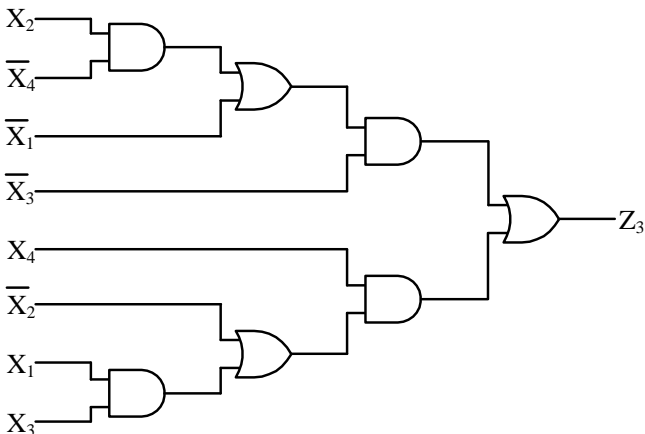
факторисање (I начин) $\rightarrow (X_1 + \overline{X_3})(X_4 + X_2 \overline{X_3})(\overline{X_1} + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4})$

факторисање (II начин) $\rightarrow (\overline{X_3} + X_1 X_4)(X_2 + X_4)(\overline{X_1} + \overline{X_2} + X_3 + \overline{X_4})$

I начин, II начин

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): 8

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза



Излазни сигнал Z_4 :

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00	b 0	0 4	0 12	0 8
	01	b 1	1 5	1 13	0 9
	11	b 3	1 7	1 15	0 11
	10	b 2	0 6	0 14	0 10

ДНФ:

$$Z_4 = X_2X_4$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **1**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

		X_1X_2			
		00	01	11	10
X_3X_4	00	b 0	0 4	0 12	0 8
	01	b 1	1 5	1 13	0 9
	11	b 3	1 7	1 15	0 11
	10	b 2	0 6	0 14	0 10

КНФ:

$$Z_4 = X_2X_4$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **1**

* Дозвољене су комплементарне вредности улаза

