

I колоквијум из Основа рачунарске технике I СИ- 2016/2017

(26.03.2017.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4}} \cdot (\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4)}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3 + \bar{x}_2 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 \cdot x_4}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_1 + x_3}} \cdot \bar{x}_2 + \overline{\overline{\overline{\bar{x}_2 + x_3}} \cdot \bar{x}_4} + \bar{x}_1 + \overline{\overline{\overline{\bar{x}_3 \cdot x_4}}}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3) \cdot x_2 + (\bar{x}_2 + x_3) \cdot \bar{x}_4 + x_1 + \bar{x}_3 \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 \cdot x_2 + x_2 \cdot x_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 + x_3 \cdot \bar{x}_4 + x_1 + \bar{x}_3 \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1(x_2 + 1) + x_2 \cdot x_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 + x_3 \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_3 \cdot x_4$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + x_2 \cdot x_3 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 + x_3 \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_3 \cdot x_4$$

$$f(1) = \{1XXX, X11X, X0X0, XX10, XX01\}$$

$$f(1) = \{1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111, 0110, 0111, 0000, 0010, 0001, 0101\}$$

$$f(1) = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 6, 7, 0, 2, 1, 5\}$$

$$f(1) = \{0, 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$f(0) = \{3, 4\}$$

$$f(0) = \{0011, 0100\}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4)(x_1 + \bar{x}_2 + x_3 + x_4)$$

Задатак 2

a)
$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{\overline{x_2 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_1 + x_3 \cdot \bar{x}_4}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\overline{\overline{\overline{\bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_1}} \right) \cdot \left(\overline{\overline{\overline{\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_1 + x_3 + \bar{x}_4}} \right)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_4 \cdot \bar{x}_1) \cdot (\overline{\overline{\overline{\bar{x}_2 + x_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_1 + x_3 + \bar{x}_4}}})$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + (\bar{x}_1 + \bar{x}_4) \cdot \bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_2 + x_1 \cdot \bar{x}_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + (x_1 + x_4) \cdot \bar{x}_1) \cdot ((\bar{x}_2 + x_1) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_3) + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + x_1 \cdot \bar{x}_1 + x_4 \cdot \bar{x}_1) \cdot (\bar{x}_2 + x_1 \cdot \bar{x}_3 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot x_4) \cdot (\bar{x}_2 + (x_1 + \bar{x}_1) \cdot \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot x_4) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot (\bar{x}_2 + x_4) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_3 + x_4)$$

$$f(0) = \{11XX, X1X0, X110\}$$

$$f(0) = \{1100, 1101, 1110, 1111, 0100, 0110\}$$

$$f(0) = \{12, 13, 14, 15, 4, 6\}$$

$$f(0) = \{4, 6, 12, 13, 14, 15\}$$

x_1x_2	00	01	11	10
00	1	0	0	1
01	1	1	0	1
11	1	1	0	1
10	1	0	0	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot x_4$$

6) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 + \bar{x}_3 + \bar{x}_4) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_4) \cdot (x_1 + \bar{x}_2 + x_4)$

$$f(0) = \{X011, X1X1, 01X0\}$$

$$f(0) = \{0011, 1011, 0101, 0111, 1101, 1111, 0100, 0110\}$$

$$f(0) = \{3, 11, 5, 7, 13, 15, 4, 6\}$$

$$f(0) = \{3, 4, 5, 6, 7, 11, 13, 15\}$$

$$f(1) = \{0, 1, 2, 8, 9, 10, 12, 14\}$$

x_1x_2	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	1	0	0	1
11	0	0	0	0
10	1	0	1	1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3 + x_1 \cdot \bar{x}_4$$

в)

$$f(1) = \{11, 12, 14\}$$

$$f(b) = \{1, 3, 4, 6, 7, 9, 13\}$$

$$f(0) = \{0, 2, 5, 8, 10, 15\}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_2 + x_4) \cdot (\bar{x}_2 + \bar{x}_4)$$

		x_1x_2			
		0	0	1	1
x_3x_4	0	0	b	1	0
	0	b	0	b	b
	1	b	b	0	1
	1	0	b	1	0

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (D_0, D_1, D_2, D_3) и четири излазна сигнала (L_3, L_2, L_1, L_0). Улазни сигнали означавају да ли је тајни агент притиснуо/отпустио одговарајуће дугме. На основу дугмића D_1, D_2 и D_3 се означава град путовања. Пошто се у табели градова спомињу пет градова (Београд, Берлин, Мадрид, Москва, Париз и Рим), а са три координате можемо да направимо осам комбинација, то значи да на неким векторима имаћемо вредност b (ти вектори нису дозвољени - не користе се). За све остале улазе потребно је из мапе (графа) пронаћи најмањи пут.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу (улазни вектор је D_0, D_1, D_2, D_3 , док је излазни L_3, L_2, L_1, L_0), у колони Коментар се види путовање кроз градове :

	Град	D_0	D_1	D_2	D_3	L_3	L_2	L_1	L_0	Коментар
путовање у једном смеру	Београд	0	0	0	0	0	0	1	1	Лондон - Београд
	Рим	0	0	0	1	0	1	0	1	Лондон - Београд - Рим
	Берлин	0	0	1	0	0	0	1	0	Лондон - Берлин
	/	0	0	1	1	b	b	b	b	/
	Париз	0	1	0	0	0	0	0	1	Лондон - Париз
	Мадрид	0	1	0	1	0	1	1	1	Лондон - Париз - Мадрид
	/	0	1	1	0	b	b	b	b	/
	Москва	0	1	1	1	0	1	1	1	Лондон - Београд - Москва
путовање у оба смера (повратно)	Београд	1	0	0	0	1	0	1	1	Лондон - Београд - Берлин - Париз - Лондон
	Рим	1	0	0	1	1	0	1	1	Лондон - Београд - Рим - Берлин - Париз - Лондон
	Берлин	1	0	1	0	0	1	0	1	Лондон - Берлин - Париз - Лондон
	/	1	0	1	1	b	b	b	b	/
	Париз	1	1	0	0	0	0	1	0	Лондон - Париз - Лондон
	Мадрид	1	1	0	1	1	1	1	1	Лондон - Париз - Мадрид - Лондон
	/	1	1	1	0	b	b	b	b	/
	Москва	1	1	1	1	1	1	0	1	Лондон - Београд - Москва - Лондон

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже.

Коришћењем добијених минималних КНФ и ДНФ (и њиховим факторисањем) за излазне сигнале, добијамо тражене минималне шеме (реализујемо шему на основу израза који има најмање логичких операција \Rightarrow најмање коришћење И, ИЛИ и НЕ елемената; ако два израза имају исти број логичких елемената, реализујемо онај који ће трансформацијом имати мањи број НИЛИ елемената – гледати смењивање операције AND и OR).

Излазни сигнал **L3**:

D_0D_1		00	01	11	10
		D_2D_3	00	01	11
00	0	0	0	1	
01	0	0	1	1	
11	b	0	1	b	
10	0	b	b	0	

ДНФ:

$$L3 = D_0D_3 + D_0\bar{D}_1\bar{D}_2 \xrightarrow{\text{факторисање}} L3 = D_0(D_3 + \bar{D}_1\bar{D}_2)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

D_0D_1		00	01	11	10
		D_2D_3	00	01	11
00	0	0	0	1	
01	0	0	1	1	
11	b	0	1	b	
10	0	b	b	0	

КНФ (1):

$$L3 = D_0(\bar{D}_1 + D_3)(D_1 + \bar{D}_2)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

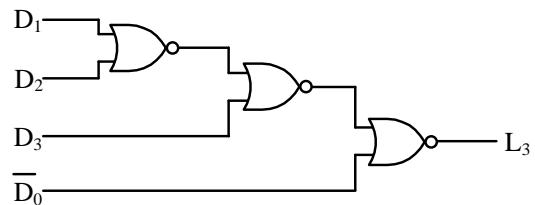
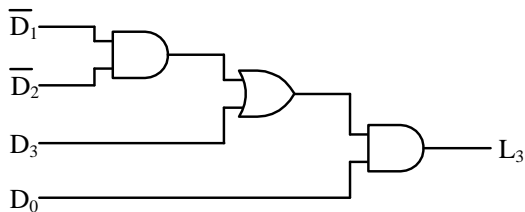
D_0D_1		00	01	11	10
		D_2D_3	00	01	11
00	0	0	0	1	
01	0	0	1	1	
11	b	0	1	b	
10	0	b	b	0	

КНФ (2):

$$L3 = D_0(\bar{D}_1 + D_3)(\bar{D}_2 + D_3) \xrightarrow{\text{факторисање}} L3 = D_0(D_3 + \bar{D}_1\bar{D}_2)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **3**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Излазни сигнал **L2**:

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	0
	11	b	1	1	b
	10	0	b	b	1

ДНФ:

$$L2 = \bar{D}_0D_3 + D_1D_3 + D_0D_2$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L2 = D_3(\bar{D}_0 + D_1) + D_0D_2$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	0
	11	b	1	1	b
	10	0	b	b	1

КНФ (1):

$$L2 = (D_0 + D_3)(D_2 + D_3)(\bar{D}_0 + D_1 + D_2)$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L2 = (D_3 + D_0D_2)(\bar{D}_0 + D_1 + D_2)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	0	0	0	0
	01	1	1	1	0
	11	b	1	1	b
	10	0	b	b	1

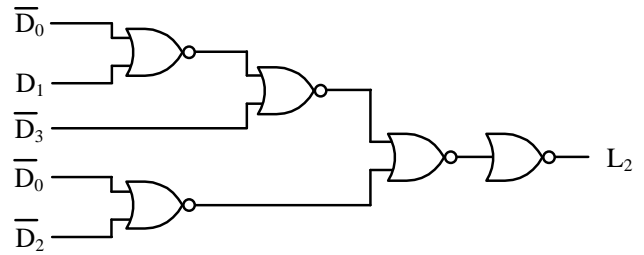
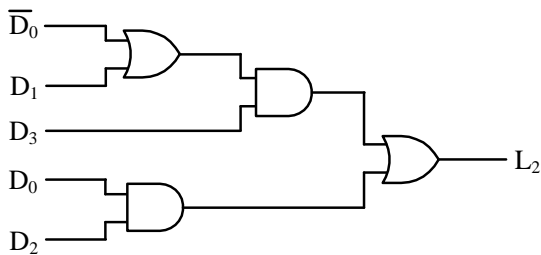
КНФ (2):

$$L2 = (D_0 + D_3)(D_2 + D_3)(\bar{D}_0 + D_1 + \bar{D}_3)$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L2 = (D_3 + D_0D_2)(\bar{D}_0 + D_1 + \bar{D}_3)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Излазни сигнал **L1**:

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	1 0	0 4	1 12	1 8
	01	0 1	1 5	1 13	1 9
	11	b 3	1 7	0 15	b 11
	10	1 2	b 6	b 14	0 10

ДНФ:

$$L1 = D_0 \bar{D}_2 + \bar{D}_0 D_1 D_3 + \bar{D}_0 \bar{D}_1 \bar{D}_3$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L1 = D_0 \bar{D}_2 + \bar{D}_0 (D_1 D_3 + \bar{D}_1 \bar{D}_3)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **6**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	1 0	0 4	1 12	1 8
	01	0 1	1 5	1 13	1 9
	11	b 3	1 7	0 15	b 11
	10	1 2	b 6	b 14	0 10

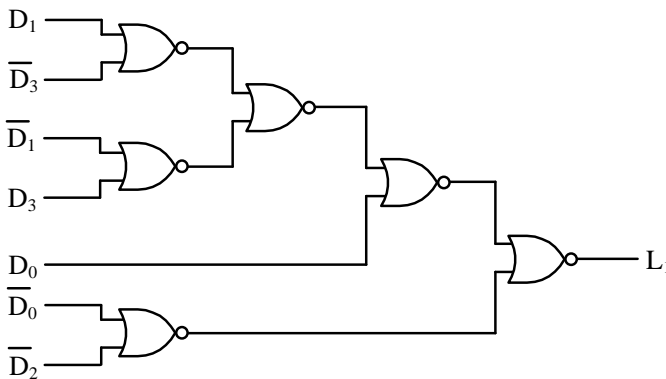
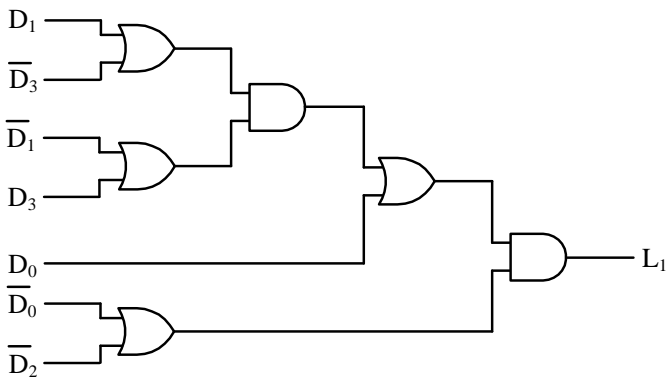
КНФ:

$$L1 = (\bar{D}_0 + \bar{D}_2)(D_0 + D_1 + \bar{D}_3)(D_0 + \bar{D}_1 + D_3)$$

$$\xrightarrow{\text{факторисање}} L1 = (\bar{D}_0 + \bar{D}_2)(D_0 + (D_1 + \bar{D}_3)(\bar{D}_1 + D_3))$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **6**

* Дозвољене комплементарне вредности улаза



Изразни сигнал **L0**:

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	1 ₀	1 ₄	0 ₁₂	1 ₈
	01	1 ₁	1 ₅	1 ₁₃	1 ₉
	11	b ₃	1 ₇	1 ₁₅	b ₁₁
	10	0 ₂	b ₆	b ₁₄	1 ₁₀

ДНФ:

$$L0 = D_3 + \bar{D}_0\bar{D}_2 + D_0\bar{D}_1$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**
 * Дозвољене комплементарне вредности улаза

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	1	1	0	1
	01	1	1	1	1
	11	b	1	1	b
	10	0	b	b	1

КНФ (1):

$$L0 = (\bar{D}_0 + \bar{D}_1 + D_3)(D_0 + D_1 + \bar{D}_2)$$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **5**
 * Дозвољене комплементарне вредности улаза

		D_0D_1			
		00	01	11	10
D_2D_3	00	1	1	0	1
	01	1	1	1	1
	11	b	1	1	b
	10	0	b	b	1

КНФ (2):

$$L0 = (\bar{D}_0 + \bar{D}_1 + D_3)(D_0 + \bar{D}_2 + D_3)$$

факторисање → $L0 = D_3 + (\bar{D}_0 + \bar{D}_1)(\bar{D}_2 + D_3)$

Број логичких елемената * (И, ИЛИ и НЕ): **4**
 * Дозвољене комплементарне вредности улаза

