I колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2014/2015

(29.03.2015.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

Из разматрања треба изузети векторе за које је у тексту задатка речено да се не никада не јављају. Ове векторе записујемо као скуп f(b) и g(b).

f(b)={4, 7, 14}

g(b)={ 4, 7, 14}

Потребно је проверити на којим векторима две функције имају једнаке вредности. То можемо урадити тако што ћемо за сваку функцију одредити вредности на свим векторима и затим упоредити. Како је функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ дата у облику ДНФ, лакше је одредити дисјунктивни покривач ове функције, а како је функција $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ дата у облику КНФ, лакше је одредити коњуктивни покривач ове функције. Добијамо:

f(1)={0XXX, X1X1, 110X, 1000}

g(0)={XX1X, 10X1, 1X1X, 0100}

Сада потпуним развијањем кубова, можемо одредити све векторе на којима функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност један, односно све векторе на којима функција $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност нула.

f(1) = {0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 0101, 0111, 1101, 1111, 1100, 1101, 1000}=
 = {0000, 0001, 0010, 0011, 0100, 0101, 0110, 0111, 1000, 1100, 1101, 1111}=
 = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15}

g(0) = {0010, 0011, 0110, 0111, 1010, 1011, 1110, 1111, 1001, 1011, 1010, 1011 ,1110, 1111, 0100} =
 = {0010, 0011, 0100, 0110, 0111, 1001, 1010, 1011, 1110, 1111} =
 = {2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15}

Сада је потребно из разматрања искључити векторе који се никада не јављају.

f(1) = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 15}/{4, 7, 14} = {0, 1, 2, 3, 5, 6, 8, 12, 13, 15}

g(0) = {2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 14, 15}/{4, 7, 14} = {2, 3, 6, 9, 10, 11, 15}

Сада је потребно одредити f(0) и g(1). Пошто се ради о непотпуно дефинисаним функцијама, треба из разматрања изузети векторе на којима функција није дефинисана (за које је речено да се никада не јављају), дакле функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност нула на свим векторима на којима нема вредност један, а на којима је дефинисана. Аналогно важи и за функцију $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ која има вредност један на свим векторима на којима нема вредност нула, а на којима је дефинисана.

f(0)={9, 10, 11}

g(1)={0, 1, 5, 8, 12, 13}

Упоређивањем f(0) и g(0), као и f(1) и g(1) видимо да се ове две функције разликују на векторима {2, 3, 6, 15}, па самим тим не реализују једнако пресликавање на векторима који се јављају.

Задатак 2

a)

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \overline{\overline{(\overline{(x_1 + x_2)} \cdot \bar{x}_4 + \bar{x}_1 \cdot \overline{(\bar{x}_2 + \bar{x}_4)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2)} \cdot \bar{x}_4)} \cdot \overline{x_1 \cdot \overline{(\bar{x}_2 + \bar{x}_4)}}}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\overline{(x_1 + x_2)}\bar{x}_4 + \bar{x}_1\overline{(\bar{x}_2 + \bar{x}_4)} + \overline{(\bar{x}_1 + x_2)}\bar{x}_4) + x_1\overline{(\bar{x}_2 + \bar{x}_4)}$$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4 + x_1\bar{x}_2\bar{x}_4 + x_1 x_2 x_4$$

f(1)={00X0, 01X1, 10X0, 11X1}=
 ={0000, 0010, 0101, 0111, 1000, 1010, 1101, 1111}=
 ={0, 2, 5, 7, 8, 10, 13, 15}

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	
11		1	1	
10	1			1

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_2 x_4 + \bar{x}_2 \bar{x}_4$$

б) $f(x_1, x_2, x_3) = \bar{x}_1 x_3 + \bar{x}_2 \bar{x}_3$

в) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_3)(x_3 + \bar{x}_4)$ или

$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\bar{x}_1 + x_2 + x_3)(x_1 + \bar{x}_3)(x_1 + \bar{x}_4)$

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати има четири улазна сигнала (x_1, x_2, x_3, x_4) и три излазна сигнала (m, v, d). Улазни сигнали представљају четворобитни бинарни број, односно то је број који одређује позицију осигурача на табли. Помоћу четири улазна сигнала, можемо да формирамо 16 улазних вектора, који представљају осигураче на позицијама од 0 до 15. Пошто је речено да се осигурачи налазе само на позицијама од 1 до 12, оне који су нумерисани са 0, 13, 14 и 15 (вектори 0000, 1101, 1110, 1111) нећемо користити тј. излазни сигнали мреже за такве улазне векторе ће бити b. За све остале улазне сигнале (осигураче на позицијама од 1 до 12), на излазу треба укључити струју у одређеној просторији: малој соби (излазни сигнал m), великој соби (излазни сигнал v) и дневној соби (излазни сигнал d). Осигурачи под бројевима 2, 8 и 10 дају активну вредност сигнала m, осигурачи под бројевима 4, 6, 7 и 9 дају активну вредност сигнала v, а осигурачи под бројевима 1, 2, 3, 5, 11 и 12 дају активну вредност сигнала d.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

x_1	x_2	x_3	x_4	Број осигурача	Излаз		
					m	v	d
0	0	0	0	0	b	b	b
0	0	0	1	1	0	0	1
0	0	1	0	2	1	0	0
0	0	1	1	3	0	0	1
0	1	0	0	4	0	1	0
0	1	0	1	5	0	0	1
0	1	1	0	6	0	1	0
0	1	1	1	7	0	1	0
1	0	0	0	8	1	0	0
1	0	0	1	9	0	1	0
1	0	1	0	10	1	0	0
1	0	1	1	11	0	0	1
1	1	0	0	12	0	0	1
1	1	0	1	13	b	b	b
1	1	1	0	14	b	b	b
1	1	1	1	15	b	b	b

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже. Прекидачку функцију ћемо писати у облику минималне ДНФ и минималне КНФ, па ћемо да одредимо мрежу са што мањим бројем двоулазних НИЛИ елемената.

$x_3 x_4 \backslash x_1 x_2$	00	01	11	10
00	b	0	0	1
01	0	0	b	0
11	0	0	b	0
10	1	0	b	1

ДНФ: $m=\overline{x_2}\cdot\overline{x_4}$

КНФ: $m=\overline{x_2}\cdot\overline{x_4}$

$x_3 x_4 \backslash x_1 x_2$	00	01	11	10
00	b	1	0	0
01	0	0	b	1
11	0	1	b	0
10	0	1	b	0

ДНФ: $v=x_2\cdot\overline{x_3}+\overline{x_1}\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_4}+x_1\cdot\overline{x_3}\cdot x_4=x_2\cdot x_3+\overline{x_3}\cdot(\overline{x_1}\cdot\overline{x_4}+x_1\cdot x_4)$

КНФ: $v=(x_2+x_3)\cdot(\overline{x_1}+x_4)\cdot(x_1+x_3+\overline{x_4})$

$x_3 x_4 \backslash x_1 x_2$	00	01	11	10
00	b	0	1	0
01	1	1	b	0
11	1	0	b	1
10	0	0	b	0

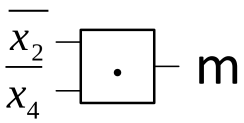
ДНФ: $d=x_1\cdot x_2+\overline{x_1}\cdot\overline{x_3}\cdot x_4+\overline{x_2}\cdot x_3\cdot x_4=x_1\cdot x_2+x_4\cdot(\overline{x_1}\cdot\overline{x_3}+\overline{x_2}\cdot x_3)$

КНФ: $d=(\overline{x_2}+\overline{x_3})\cdot(x_1+x_4)\cdot(\overline{x_3}+x_4)\cdot(\overline{x_1}+x_2+x_3)$

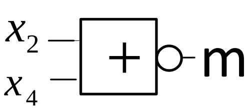
или

$$d=(\overline{x_2}+\overline{x_3})\cdot(x_1+x_4)\cdot(x_2+x_4)\cdot(\overline{x_1}+x_2+x_3)$$

За излазни сигнал **m** исту комбинациону мрежу добијамо и коришћењем ДНФ и коришћењем КНФ:

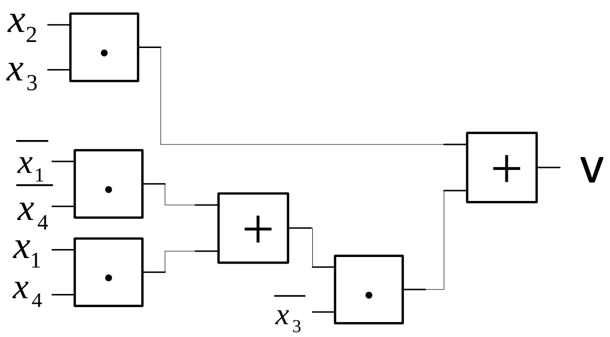


Трансформацијом у комбинациону мрежу са НИЛИ елементима добијамо:

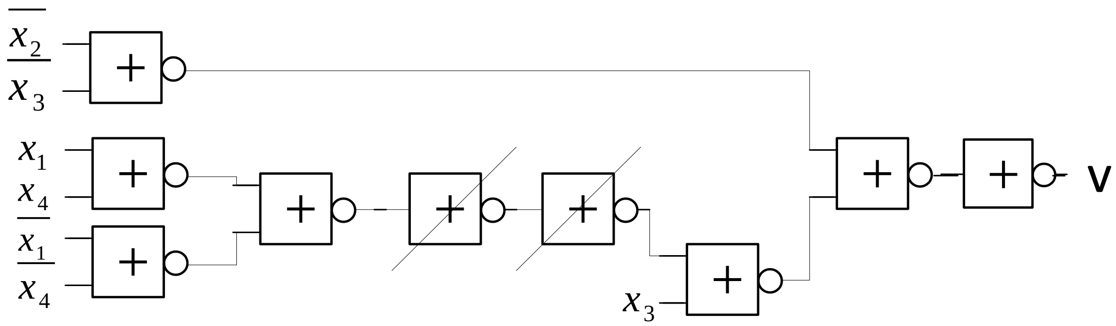


За излазни сигнал **v** коришћењем ДНФ добијамо комбинациону мрежу:

$$v = x_2 \cdot x_3 + \overline{x_3} \cdot (\overline{x_1} \cdot \overline{x_4} + x_1 \cdot x_4)$$

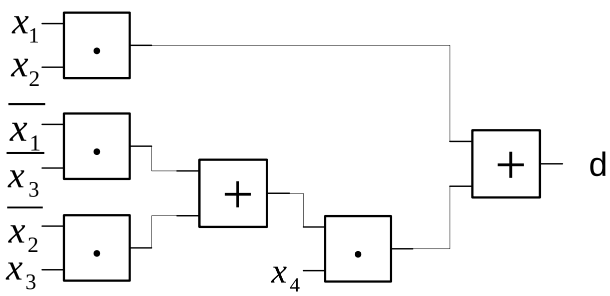


Трансформацијом добијамо комбинациону мрежу са 7 НИЛИ елемената:



За излазни сигнал **d** коришћењем ДНФ добијамо комбинациону мрежу:

$$d = x_1 \cdot x_2 + x_4 \cdot (\overline{x_1} \cdot \overline{x_3} + \overline{x_2} \cdot x_3)$$



Трансформацијом добијамо комбинациону мрежу са 7 НИЛИ елемената: