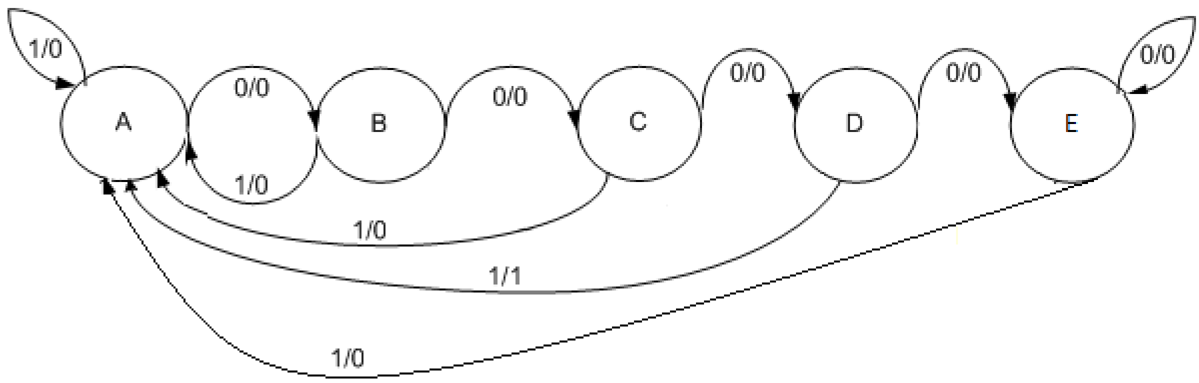
II колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2013/2014
(26.04.2014.)
Р е ш е њ е

Задатак 1
Ово је секвенцијална мрежа која врши детекцију описане улазне поворке. У овом случају тражи се да мрежу реализујемо као мрежу Милијевог типа. Прво је потребно нацртати граф стања, који цртамо на следећи начин. Потребно је да имамо почетно стање (A), које представља стање од кога почињемо да пратимо улазну секвенцу, као и стање у које се враћамо након што смо детектовали тражену секвенцу. Уколико се налазимо у почетном стању (A) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у наредно стање (B), које означава да се на улазу појавила прва нула у секвенци. Уколико се налазимо у почетном стању (A) и на улаз мреже дође јединица, остајемо у почетном стању (A) све док се не појави нула на улазу. Уколико се налазимо у стању B (које означава да се на улазу претходно појавила једна нула) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у наредно стање (C), које означава да се на улазу појавила друга нула у траженој секвенци. Уколико се налазимо у стању B (које означава да се на улазу претходно појавила једна нула) и на улаз мреже дође јединица, враћамо се у почетно стање (A), због тога што није испоштована секвенца коју треба да детектујемо и морамо почети са праћењем испочетка. Уколико се налазимо у стању C (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца 00) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у наредно стање (D), које означава да се на улазу појавила трећа нула у секвенци. Уколико се налазимо у стању C (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца 00) и на улаз мреже дође јединица, враћамо се у почетно стање (A), због тога што није испоштована секвенца коју треба да детектујемо и морамо почети са праћењем испочетка. Уколико се налазимо у стању D (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца 000) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у ново стање (E), које означава да је дошло до грешке јер се појавило више од три нуле у низу и сада морамо сачекати да се појави прва следећа јединица да бисмо могли да се вратимо у почетно стање и започнемо праћење испочетка. Уколико се налазимо у стању D (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца 000) и на улаз мреже дође јединица, враћамо се у почетно стање (A), због тога што смо детектовали тражену секвенцу, како бисмо могли да започнемо нову детекцију секвенце и у овом такту постављамо вредност излаза на један. Уколико се налазимо у стању E (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца од барем четири нуле у низу) и на улаз мреже дође нула, остајемо у стању E. Уколико се налазимо у стању E (које означава да се на улазу претходно појавила секвенца од барем четири нуле у низу) и на улаз мреже дође јединица, враћамо се у почетно стање (A), због тога што није испоштована секвенца коју треба да детектујемо и морамо почети са праћењем испочетка.



На основу графа стања цртамо таблицу стања.

Q \ X	0	1
A	B/0	A/0
B	C/0	A/0
C	D/0	A/0
D	E/0	A/1
E	E/0	A/0

Након цртања таблице стања, треба кодирати стања мреже. Због тога што се у задатку тражи мрежа са што мање елемената, стања треба кодирати тако да се при преласку из стања у стање мења што је могуће мањи број координата вектора стања. Због тога стања кодирамо на следећи начин: A = 000, B = 001, C = 011, D = 010, E = 110. Након тога можемо нацртати таблицу прелаза/излаза, тако што у таблици стања уместо симболичких ознака стања, мењамо бинарне кодне вредности стања.

Q \ X	0	1
000	001/0	000/0
001	011/0	000/0
011	010/0	000/0
010	110/0	000/1
110	110/0	000/0

Како се ради о мрежи Милијевог типа, код које излаз зависи и од стања мреже и од улаза, да бисмо одредили прекидачке функције које описују функцију излаза, као и функције побуда, морамо најпре на основу таблице прелаза/излаза нацртати комбинациону таблицу прелаза/излаза. Узимамо да нам се улаз састоји од вектора улаза X и вектора стања Q(t). У нашем случају X има један бит, а Q(t) три бита, тако да имамо вектор од четири бита, што значи да имамо шеснаест различитих вредности, па ће таблица имати шеснаест редова. За сваку комбинацију X и Q(t) из таблице прелаза/излаза преписујемо која вредност се добија за Q(t+1) и Z и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза/излаза.

x	Q(t)	Q(t+1)	Z
0	0 0 0	0 0 1	0
0	0 0 1	0 1 1	0
0	0 1 0	1 1 0	0
0	0 1 1	0 1 0	0
0	1 0 0	b b b	b
0	1 0 1	b b b	b
0	1 1 0	1 1 0	0
0	1 1 1	b b b	b
1	0 0 0	0 0 0	0
1	0 0 1	0 0 0	0
1	0 1 0	0 0 0	1
1	0 1 1	0 0 0	0
1	1 0 0	b b b	b
1	1 0 1	b b b	b
1	1 1 0	0 0 0	0
1	1 1 1	b b b	b

Сада је потребно на основу комбинационе таблице прелаза/излаза одредити функцију излаза. У овом случају директно из таблице се може написати израз.

$$z = x\overline{Q_1}Q_2\overline{Q_3}$$

Затим је потребно на основу комбинационе таблице прелаза/излаза нацртати комбинациону таблицу прелаза и побуда за одабрани тип флип-флопа. Због тога што је за реализацију секвенцијалне мреже потребно користити T флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, потребно је знати таблицу побуде T флип-флопа код кога је 1 активна вредност улазних сигнала.

Q(t)	Q(t+1)	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

На основу комбинационе таблице прелаза/излаза и таблице побуде флип флопова за T флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, можемо сада конструисати комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо. Ову таблицу попуњавамо, тако што прво препишемо комбинациону таблицу прелаза. Сада користимо таблицу побуде T флип-флопа да добијемо T_1, T_2 и T_3 за сваки прелаз из $Q_i(t)$ у $Q_i(t+1)$ и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

x	Q(t)	Q(t+1)	T_1	T_2	T_3
0	0 0 0	0 0 1	0	0	1
0	0 0 1	0 1 1	0	1	0
0	0 1 0	1 1 0	1	0	0
0	0 1 1	0 1 0	0	0	1
0	1 0 0	b b b	b	b	b
0	1 0 1	b b b	b	b	b
0	1 1 0	1 1 0	0	0	0
0	1 1 1	b b b	b	b	b
1	0 0 0	0 0 0	0	0	0
1	0 0 1	0 0 0	0	0	1
1	0 1 0	0 0 0	0	1	0
1	0 1 1	0 0 0	0	1	1
1	1 0 0	b b b	b	b	b
1	1 0 1	b b b	b	b	b
1	1 1 0	0 0 0	1	1	0
1	1 1 1	b b b	b	b	b

Сада сваки од сигнала T_1, T_2 и T_3 посматрамо као функцију која зависи од четири променљиве x, Q_1, Q_2 и Q_3. Постоји више различитих начина како можемо добити изразе за ове сигнале, као што је објашњено у материјалима са вежби. У овом случају бирамо да урадимо минимизацију помоћу Карноових карата и добијемо минималну ДНФ, због тога што се тражи да употребимо што мање НЕ, И и ИЛИ елемената са произвољним бројем улаза.

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00		b	b	
01		b	b	
11		b	b	
10	1		1	

T_1

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00		b	b	
01	1	b	b	
11		b	b	1
10			1	1

T_2

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	1	b	b	
01		b	b	1
11	1	b	b	1
10				

T_3

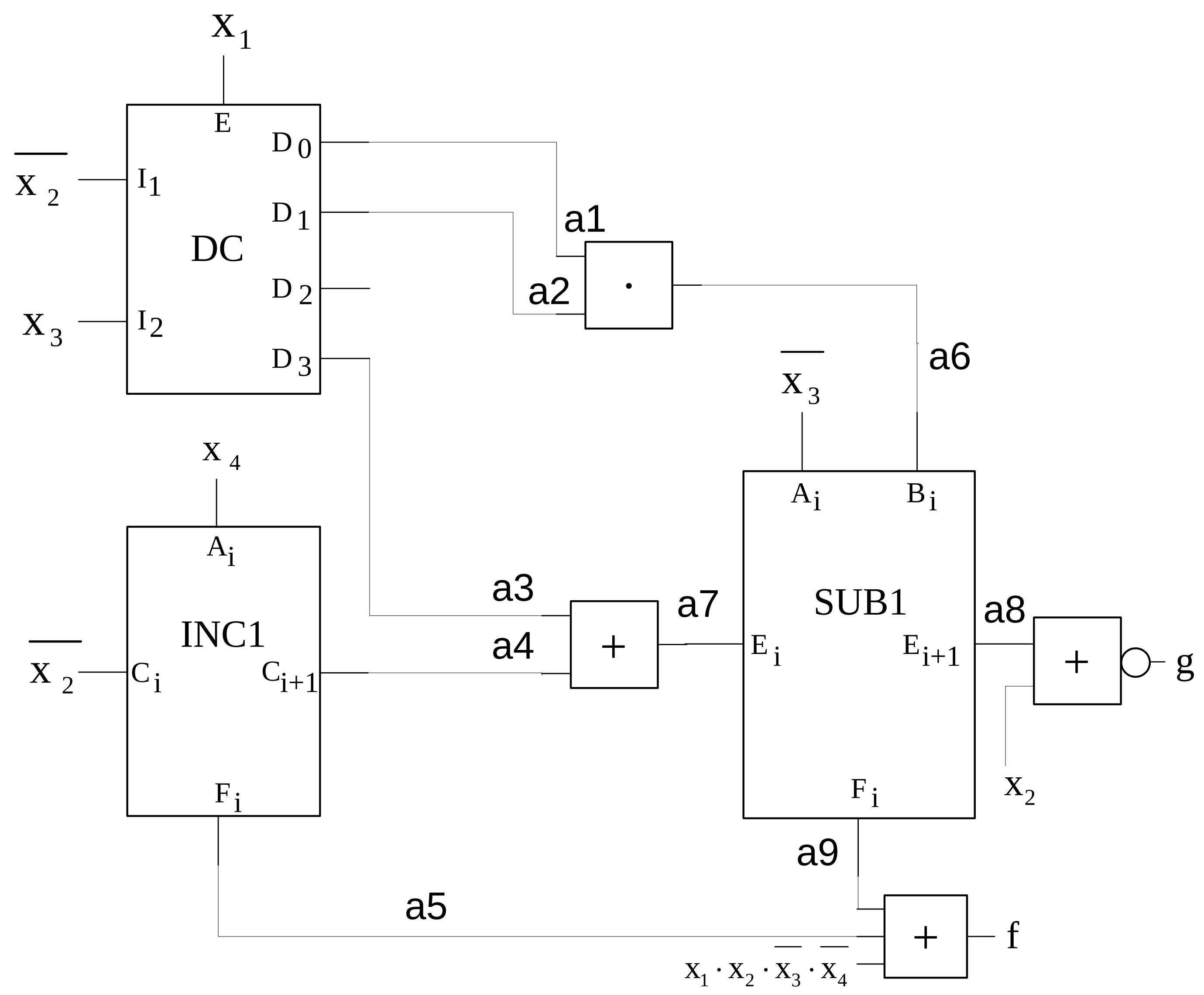
$$T_1 = \bar{x}\overline{Q_1}Q_2\overline{Q_3} + xQ_1$$

$$T_2 = \bar{x}\overline{Q_2}Q_3 + xQ_2$$

$$T_3 = \bar{x}\overline{Q_2}\,\overline{Q_3} + Q_2Q_3 + xQ_3$$

Након решавања Карноових карти добили смо функције побуде за секвенцијалну мрежу коју пројектујемо и сада имамо све што је потребно да бисмо испројектовали мрежу. На основу израза, директно можемо нацртати шему секвенцијалне мреже, коју смо пројектовали (као у задацима са вежби).

Задатак 2



Прво ћемо одредити законе функционисања стандардних комбинационих модула ове мреже:

Декодер DC 2/4 функционише према следећем закону:

$D_0 = \overline{I}_1 \cdot \overline{I}_2 \cdot E$

$D_1 = \overline{I}_1 \cdot I_2 \cdot E$

$D_2 = I_1 \cdot \overline{I}_2 \cdot E$

$D_3 = I_1 \cdot I_2 \cdot E$

Инкрементер INC1 функционише према следећем закону:

A_i	C_i	F_i	C_{i+1}
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

На основу таблице за инкрементер, добијају се излазни сигнали инкрементера:

$Fi = Ai \oplus C_i$

$C_{i+1} = Ai \cdot C_i$

Одузимач SUB1 функционише према следећем закону:

A_i	B_i	E_i	F_i	E_{i+1}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	1	1

$$F_i = A_i \cdot \overline{B_i} \cdot \overline{E_i} + \overline{A_i} \cdot B_i \cdot \overline{E_i} + \overline{A_i} \cdot \overline{B_i} \cdot E_i + A_i \cdot B_i \cdot E_i$$

$$E_{i+1} = \overline{A_i} \cdot B_i + \overline{A_i} \cdot E_i + B_i \cdot E_i$$

Заменом вредности у изразима за декодер добијамо:

$$a_1 = D_0 = x_1 \cdot x_2 \cdot \overline{x_3}$$

$$a_2 = D_1 = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3$$

$$a_3 = D_3 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3$$

Заменом вредности у изразима за инкрементер добијамо:

$$a_4 = C_{i+1} = A_i \cdot C_i = \overline{x_2} \cdot x_4$$

$$a_5 = F_i = A_i \oplus C_i = A_i \cdot \overline{C_i} + \overline{A_i} \cdot C_i = x_2 \cdot x_4 + \overline{x_2} \cdot \overline{x_4}$$

Даљом заменом вредности добијамо изразе:

$$a_6 = a_1 \cdot a_2$$

$$a_7 = a_3 + a_4$$

Овде можемо приметити да ће један од израза a_1 или a_2 имати вредност 0, јер су то два различита излаза истог декодера, а код декодера имамо ограничење да највише један излазни сигнал може имати вредност 1 и сви остали морају бити 0, па је $a_6 = a_1 \cdot a_2 = 0$.

$$a_7 = a_3 + a_4 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_2} \cdot x_4$$

Код одузимача имамо следеће улазне сигнале:

$$A_i = \overline{x_3}$$

$$B_i = a_6 = 0$$

$$E_i = a_7 = x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_2} \cdot x_4$$

Као излазне сигнале одузимача добијамо:

$$a_8 = E_{i+1} = \overline{A_i} \cdot B_i + \overline{A_i} \cdot E_i + B_i \cdot E_i = \overline{A_i} \cdot E_i = x_3 \cdot (x_1 \cdot \overline{x_2} \cdot x_3 + \overline{x_2} \cdot x_4)$$

Из овог израза добијамо функцију g:

$$g=\overline{x_2+a_8}=\overline{x_2}\cdot\overline{a_8}=\overline{x_2}\cdot(\overline{x_1}+x_2+\overline{x_3})\cdot(x_2+\overline{x_3}+\overline{x_4})$$

g = { X1XX, 101X, X011 } = {0100, 0101, 0110, 0111, 1100, 1101, 1110, 1111, 1010, 1011, 0011, ~~1011~~}

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00		0	0	
01		0	0	
11	0	0	0	0
10		0	0	0

$$\boxed{g=\overline{x_2}\cdot(\overline{x_1}+\overline{x_3})\cdot(\overline{x_3}+\overline{x_4})}$$

Сада када смо одредили функцију *g*, можемо да наставимо са сређивањем функције *f*:

$a_9=F_i=A_i\cdot\overline{B_i}\cdot\overline{E_i}+\overline{A_i}\cdot B_i\cdot\overline{E_i}+\overline{A_i}\cdot\overline{B_i}\cdot E_i+A_i\cdot B_i\cdot E_i=A_i\cdot\overline{E_i}+\overline{A_i}\cdot E_i$ због *Bi = 0.*

$$a_9=\overline{x_3}\cdot\overline{(x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3+\overline{x_2}\cdot x_4)}+x_3\cdot(x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3+\overline{x_2}\cdot x_4)=\overline{x_3}\cdot(\overline{x_1}+x_2+\overline{x_3})\cdot(x_2+\overline{x_4})+x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3+\overline{x_2}\cdot x_3\cdot x_4$$

$$f=a_5+a_9+x_1\cdot x_2\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_4}=x_2\cdot x_4+\overline{x_2}\cdot\overline{x_4}+x_1\cdot\overline{x_3}\cdot\overline{x_4}+x_2\cdot\overline{x_3}+\overline{x_3}\cdot\overline{x_4}+x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3+\overline{x_2}\cdot x_3\cdot x_4$$

$$f=\{X1X1,X0X0,1X00,X10X,XX00,101X,X011\}$$

$$f=\{0000,0010,0011,0100,0101,0111,1000,1010,1011,1100,1101,1111\}$$

$$f=\{0,2,3,4,5,7,8,10,11,12,13,15\}$$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01		1	1	
11	1	1	1	1
10	1			1

$$\boxed{f=\overline{x_3}\cdot\overline{x_4}+x_2\cdot x_4+\overline{x_2}\cdot x_3)}$$

Задатак 3

Конструисати тактовани JK флип-флоп, код кога је нула активна вредност улазних сигнала J и K, користећи тактовани RS флип-флоп са улазима R и S, приказаним на слици, и минималан број НИЛИ елемената.

Прво ћемо написати закон функционисања JK флип флопа, код кога је нула активна вредност улазних сигнала :

J	K	$Q(t+1)$
0	0	$\bar{Q}$
0	1	1
1	0	0
1	1	Q

Таблица прелаза за стања RS флип флопа са улазима R и S:

$Q(t)$	$Q(t+1)$	R	S
0	0	b	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	b

J	K	$Q(t)$	$Q(t+1)$	R	S
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	1	1	0	b
1	0	0	0	b	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	0	b	0
1	1	1	1	0	b

Q \ JK	00	01	11	10
0			b	b
1	1			1

Q \ JK	00	01	11	10
0	1	1		
1		b	b	

$$R = \bar{K}Q = \overline{\overline{\bar{K}Q}} = \overline{K + \bar{Q}} \qquad S = \bar{J}\bar{Q} = \overline{\overline{\bar{J}\bar{Q}}} = \overline{J + Q}$$

Ово су коначни изрази, након чега треба нацртати секвенцијалну мрежу са RS флип флопом, активним у логичкој 1, на чије улазе доводимо $\overline{K + \bar{Q}}$ и $\overline{J + Q}$.