I колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2012/2013
(23.03.2013.)
Р е ш е њ е

Задатак 1

Из разматрања треба изузети векторе за које је у тексту задатка речено да се не никада не јављају. Ове векторе записујемо као скуп f(b) и g(b).
f(b) = {1, 5, 9}
g(b) = {1, 5, 9}
Потребно је проверити на којим векторима две функције имају различите вредности. То можемо урадити тако што ћемо за сваку функцију одредити вредности на свим векторима и затим упоредити. Како је функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ дата у облику КНФ, лакше је одредити коњуктивни покривач ове функције, а како је функција $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ дата у облику ДНФ, лакше је одредити дисјунктивни покривач ове функције. Добијамо:
f(0) = {001X, 1X01, 1X1X, XX00}
g(1) = {00XX, 1XX1, 1X01, 1100}

Сада потпуним развијањем кубова, можемо одредити све векторе на којима функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност нула, односно све векторе на којима функција $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност један.
f(0) = {0000, 0010, 0011, 0100, 1000, 1001, 1010, 1011, 1100, 1101, 1110, 1111}=
= {0, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}
g(1) = {0000, 0001, 0010, 0011, 1001, 1011, 1100, 1101, 1111} =
= {0, 1, 2, 3, 9, 11, 12, 13, 15}

Након тога потребно је из разматрања искључити векторе који се никада не јављају.
f(0) = {0, 2, 3, 4, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15}/{1, 5, 9} = {0, 2, 3, 4, 8, 10, 11, 12, 13, 14, 15}
g(1) = {0, 1, 2, 3, 9, 11, 12, 13, 15}/{1, 5, 9} = {0, 2, 3, 11, 12, 13, 15}

Сада је потребно одредити f(1) и g(0). Пошто се ради о непотпуно дефинисаним функцијама, треба из разматрања изузети векторе на којима функција није дефинисана (за које је речено да се никада не јављају), дакле функција $f(x_1, x_2, x_3, x_4)$ има вредност један на свим векторима на којима нема вредност нула, а на којима је дефинисана. Аналогно важи и за функцију $g(x_1, x_2, x_3, x_4)$ која има вредност нула на свим векторима на којима нема вредност један, а на којима је дефинисана.
f(1)={6, 7}
g(0)={4, 6, 7, 8, 10, 14}

На крају треба одредити на којим векторима важи f(1)=g(0), као и на којим векторима важи f(0)=g(1), а то можемо урадити и помоћу комбинационе таблице.

i	x_1	x_2	x_3	x_4	f	g
0	0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	b	b
2	0	0	1	0	0	1
3	0	0	1	1	0	1
4	0	1	0	0	0	0
5	0	1	0	1	b	b
6	0	1	1	0	1	0
7	0	1	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0	0
9	1	0	0	1	b	b
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	0	1

12	1	1	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	0	1

Функције се разликују на следећим векторима: {0, 2, 3, 6, 7, 11, 12, 13, 15}

Задатак 2

а)

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\overline{\overline{x_1\cdot\overline{(\bar{x}_2+x_3)}}\cdot\overline{x_1\cdot\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3}\cdot(x_1+\bar{x}_3+\bar{x}_4)\cdot\overline{\bar{x}_1\cdot x_3\cdot\bar{x}_4}}$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\overline{\overline{x_1\cdot\overline{(\bar{x}_2+x_3)}}}+\overline{\overline{x_1\cdot\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3}}+\overline{(x_1+\bar{x}_3+\bar{x}_4)}+\overline{\overline{\bar{x}_1\cdot x_3\cdot\bar{x}_4}}$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1\cdot\overline{(\bar{x}_2+x_3)}+x_1\cdot\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3+\bar{x}_1\cdot x_3\cdot x_4+\bar{x}_1\cdot x_3\cdot\bar{x}_4$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=x_1\cdot x_2\cdot\bar{x}_3+x_1\cdot\bar{x}_2\cdot\bar{x}_3+\bar{x}_1\cdot x_3\cdot x_4+\bar{x}_1\cdot x_3\cdot\bar{x}_4$$

f(1)={110X,100X,0X11,0X10}=
={0010, 0011, 0110, 0111, 1000, 1001, 1100, 1101}={2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 13}

f(0)={0, 1, 4, 5, 10, 11, 14, 15}

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	0		
01	0	0		
11			0	0
10			0	0

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_3)(\bar{x}_1+\bar{x}_3)$$

б)

f(1) = {101, 000, X11}
f(1) = {101, 000, 011, 111} = {5, 0, 3, 7}

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	0	0	0
1	0	1	1	1

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2+\overline{x_3})\cdot(\bar{x}_2+x_3)\cdot(\overline{x_1}+x_3)$$

в)

$f(0) = \{2, 4, 5, 6, 7, 12\}$
$f(b) = \{8, 10, 14\}$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	0	0	b
01	1	0	1	1
11	1	0	1	1
10	0	0	b	b

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = \overline{x_2}\cdot\overline{x_3} + \overline{x_2}\cdot x_4 + x_1\cdot x_4$$

Задатак 3

Комбинациона мрежа коју треба реализовати за ски-семафор скијалишта „Стара планина“ има четири улазна сигнала (x_1, x_2, x_3, x_4) и три излазна сигнала (z_1, z_2, z_3). Улазни сигнали представљају четворобитни бинарни број, односно то је број који одређује ски-стазу. Помоћу четири улазна сигнала, можемо да формирамо 16 улазних вектора, који представљају бројеве од 0 до 15. Скијалиште има 15 стаза за скијање које су нумерисане од 1 до 15, па стазу нумерисану бројем 0 (вектор 0000 на улазу) нећемо користити тј. излазни сигнали мреже за тај улазни вектор ће бити b. За све остале улазне сигнале (ски-стазе), а на основу тежине ски-стазе, на излазу ски-семафора треба укључити лед-диоду одређене боје: плаву (z_1) уколико је стаза категорисана као лака - стаза плаве боје, црвену (z_2) уколико је стаза категорисана као средње тежине - стаза црвене боје и црну (z_3) уколико је стаза категорисана као тешка - стаза црне боје.

Прво ћемо да формирамо комбинациону таблицу:

x_1	x_2	x_3	x_4	Број стазе	Излаз		
					z_1	z_2	z_3
0	0	0	0	0	b	b	b
0	0	0	1	1	0	1	0
0	0	1	0	2	1	0	0
0	0	1	1	3	0	1	0
0	1	0	0	4	1	0	0
0	1	0	1	5	1	0	0
0	1	1	0	6	0	0	1
0	1	1	1	7	1	0	0
1	0	0	0	8	1	0	0
1	0	0	1	9	0	1	0
1	0	1	0	10	1	0	0
1	0	1	1	11	0	1	0
1	1	0	0	12	1	0	0
1	1	0	1	13	1	0	0
1	1	1	0	14	0	0	1
1	1	1	1	15	0	1	0

Сада можемо формирати Карноове карте за сваки излаз ове комбинационе мреже. Прекидачку функцију ћемо писати у облику минималне ДНФ, зато што нам се тражи мрежа са што мање двоулазних НИ елемената.

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	1	1	1
01	0	1	1	0
11	0	1	0	0
10	1	0	0	1

$$z_1 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} + x_2 \cdot \overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_2 \cdot x_4$$

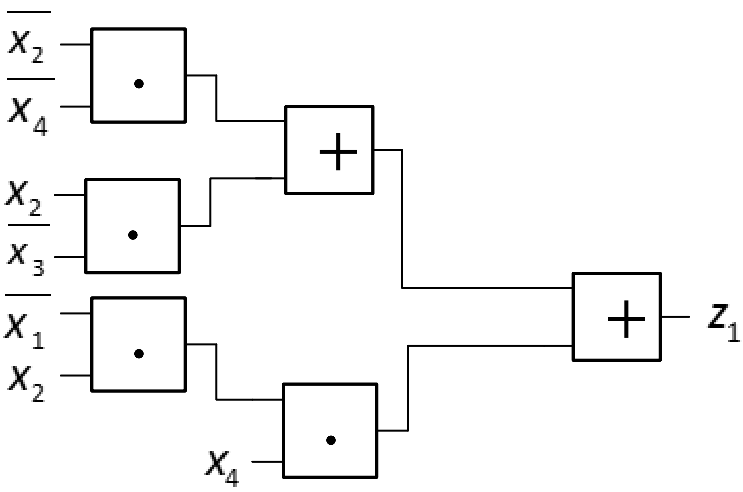
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	0	0	0
01	1	0	0	1
11	1	0	1	1
10	0	0	0	0

$$z_2 = \overline{x_2} \cdot x_4 + x_1 \cdot x_3 \cdot x_4$$

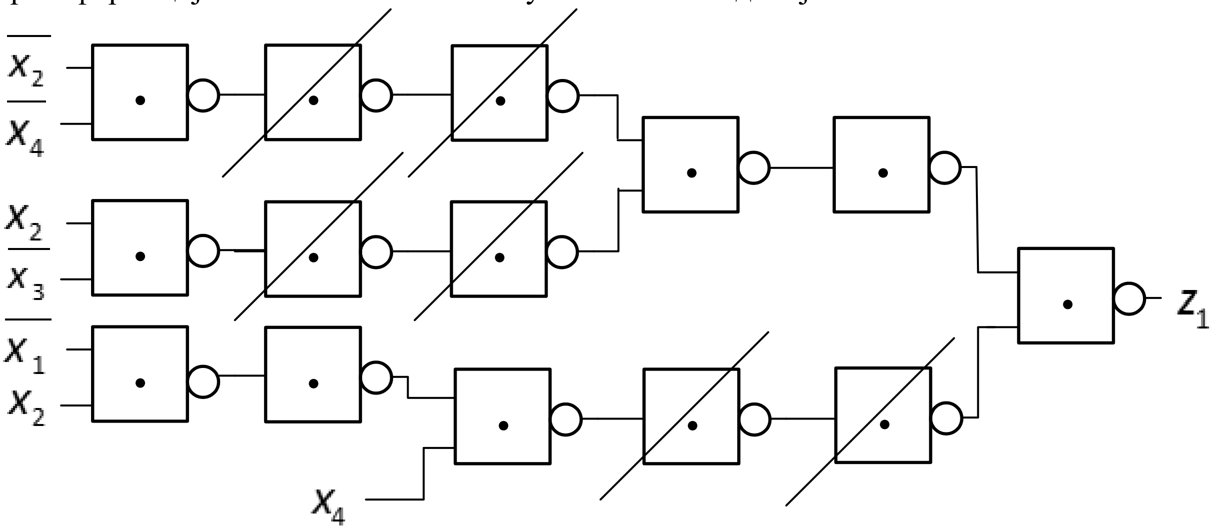
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	0	0	0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	0	1	1	0

$$z_3 = x_2 \cdot x_3 \cdot \overline{x_4}$$

За излазни сигнал z_1 добијамо:



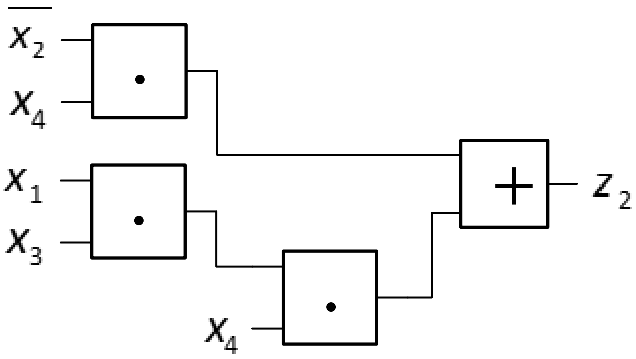
Трансформацијом И и ИЛИ елемената у НИ елементе добијамо:



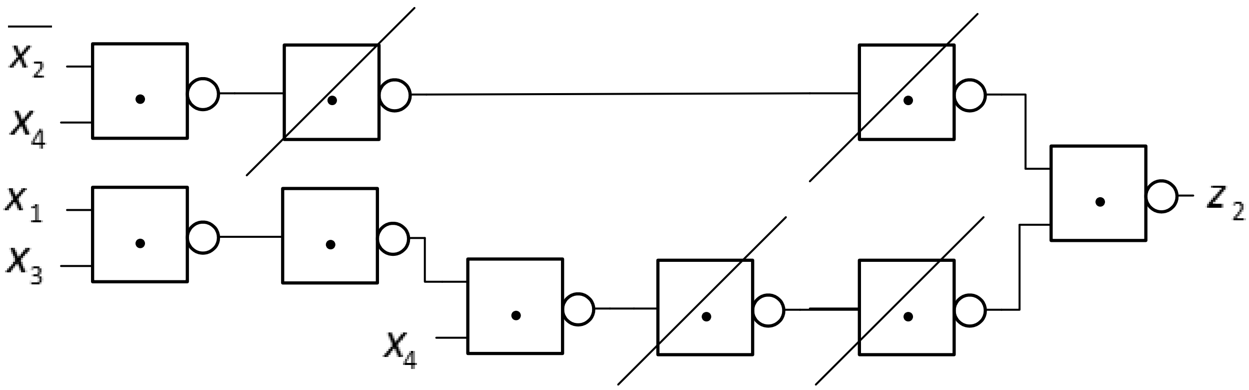
За излаз z_1 добили смо комбинациону мрежу са 8 НИ елемената. Можемо приметити да смо могли за излаз z_1 добити комбинациону мрежу и са 6 НИ елемената, уколико бисмо извукли заједнички члан x_2 испред заграде:

$$z_1 = \overline{x_2} \cdot \overline{x_4} + x_2 \cdot (\overline{x_3} + \overline{x_1} \cdot x_4)$$

За излазни сигнал z_2 добијамо:



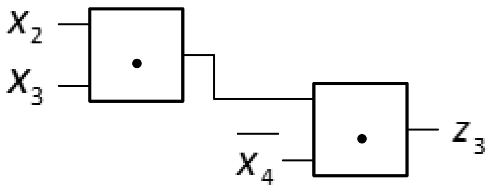
Трансформацијом И и ИЛИ елемената у НИ елементе добијамо:



И код овог излазног сигнала могли смо уштедети још један НИ елемент, ако бисмо радили на овај начин:

$$z_2 = x_4 \cdot (\overline{x_2} + x_1 \cdot x_3)$$

За излазни сигнал z_3 добијамо:



Трансформацијом И елемената у НИ елементе добијамо: