I колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2011/2012
(24.03.2012.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

а) Функције се разликују на оним векторима где имају различите вредности, односно где важи да је f(0) = g(1) и f(1) = g(0). Да бисмо то урадили, можемо за сваку функцију да одредимо вредности на свим векторима, а затим да их упоредимо. Како је функција $f(x_1,x_2,x_3,x_4)$ дата у облику КНФ, лакше је одредити коњуктивни покривач ове функције, а како је функција $g(x_1,x_2,x_3,x_4)$ дата у облику ДНФ, лакше је одредити дисјунктивни покривач ове функције. Према описаним правилима на вежбама, за представљање нормалних форми помоћу кубова добијамо:

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4) = (x_1 + x_2 + x_3)\cdot(\bar{x}_1 + \bar{x}_2 + \bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_2 + \bar{x}_3)\cdot(\bar{x}_1 + x_4)$$

$$g(x_1,x_2,x_3,x_4) = \bar{x}_1\cdot\bar{x}_2\cdot x_3 + x_1\cdot x_2\cdot x_4 + x_1\cdot\bar{x}_3 + x_2\cdot\bar{x}_3\cdot\bar{x}_4$$

f(0) = { 000X, 11X1, X11X, 1XX0 }
g(1) = { 001X, 11X1, 1X0X, X100 }

Потпуним развијањем ових кубова, можемо одредити све векторе на којима функција f има вредност нула, односно све векторе на којима функција g има вредност један:

f(0) ={ 0000, 0001, 1101, 1111, 0110, 0111, 1110, 1111, 1000, 1010, 1100, 1110 }
= { 0, 1, 6, 7, 8, 10, 12, 13, 14, 15 }
g(1) ={ 0010, 0011, 1101, 1111, 1000, 1001, 1100, 1101, 0100, 1100 }
= { 2, 3, 4, 8, 9, 12, 13, 15 }

Када одредимо f(0) и g(1), морамо да одредимо и f(1) и g(0). Пошто се ради о потпуно дефинисаној прекидачкој функцији, функција f има вредност један на свим векторима на којима нема вредност нула. Аналогно важи и за функцију g, која има вредност нула на свим векторима на којима нема вредност један:

f(1) ={ 2, 3, 4, 5, 9, 11 }
g(0) ={ 0, 1, 5, 6, 7, 10, 11, 14 }

Комбинациона таблица за функције f и g изгледа овако:

i	x_1	x_2	x_3	x_4	f	g
0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0	0
2	0	0	1	0	1	1
3	0	0	1	1	1	1
4	0	1	0	0	1	1
5	0	1	0	1	1	0
6	0	1	1	0	0	0
7	0	1	1	1	0	0
8	1	0	0	0	0	1
9	1	0	0	1	1	1
10	1	0	1	0	0	0
11	1	0	1	1	1	0
12	1	1	0	0	0	1
13	1	1	0	1	0	1
14	1	1	1	0	0	0
15	1	1	1	1	0	1

Као што видимо скуп вектора на којима се функције разликују, односно где важи f(0) = g(1) и f(1) = g(0) је следећи: **{ 5, 8, 11, 12, 13, 15 }**

б)

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\overline{(\overline{(\overline{\bar{x}_1\cdot\bar{x}_3}+\bar{x}_4)}+\overline{(\bar{x}_1+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})})}\cdot\overline{(\overline{(x_2+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})}+\overline{(x_2+\overline{x_2\cdot x_4})})}$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(\overline{\overline{(\overline{\bar{x}_1\cdot\bar{x}_3}+\bar{x}_4)}}\cdot\overline{\overline{(\bar{x}_1+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})}})\cdot(\overline{\overline{(x_2+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})}}\cdot\overline{\overline{(x_2+\overline{x_2\cdot x_4})}})$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(\overline{\bar{x}_1\cdot\bar{x}_3}+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})\cdot(x_2+\overline{x_2\cdot\bar{x}_4})\cdot(x_2+\overline{x_2\cdot x_4})$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=((x_1+x_3)+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+(\bar{x}_2+x_4))\cdot(x_2+(\bar{x}_2+x_4))\cdot(x_2+(\bar{x}_2+\bar{x}_4))$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_4)\cdot(x_2+\bar{x}_2+x_4)\cdot(x_2+\bar{x}_2+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_4)\cdot((x_2+\bar{x}_2)+x_4)\cdot((x_2+\bar{x}_2)+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_4)\cdot(1+x_4)\cdot(1+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_4)$$

f(0)={0X01, 11X0}={0001, 0101, 1100, 1110}={1, 5, 12, 14}

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_2+x_3+\bar{x}_4)(x_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+x_4)(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+x_4)$$

Задатак 2

а)

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\overline{(\overline{(x_1+\bar{x}_2+x_3)}\cdot x_4+\overline{(x_1+\bar{x}_2)}\cdot\overline{(\bar{x}_3+\bar{x}_4)}+\overline{(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)})}\cdot\overline{(x_1\cdot\overline{(\bar{x}_2+\bar{x}_3)}\cdot x_4)}$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(\overline{(\overline{(x_1+\bar{x}_2+x_3)}\cdot x_4)}\cdot\overline{(\overline{(x_1+\bar{x}_2)}\cdot\overline{(\bar{x}_3+\bar{x}_4)})}\cdot\overline{\overline{(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)}})\cdot\overline{(x_1\cdot\overline{(\bar{x}_2+\bar{x}_3)}\cdot x_4)}$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(((\overline{\overline{(x_1+\bar{x}_2+x_3)}}+\bar{x}_4)\cdot(\overline{\overline{(x_1+\bar{x}_2)}}+\overline{\overline{(\bar{x}_3+\bar{x}_4)}})\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4))\cdot(\bar{x}_1+\overline{\overline{(\bar{x}_2+\bar{x}_3)}}+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(((x_1+\bar{x}_2+x_3)+\bar{x}_4)\cdot((x_1+\bar{x}_2)+(\bar{x}_3+\bar{x}_4))\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4))\cdot(\bar{x}_1+(\bar{x}_2+\bar{x}_3)+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=((x_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)\cdot(x_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4))\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)\cdot(x_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+x_3+\bar{x}_4)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3+\bar{x}_4)$$

f(0) = { 0101, 0111, 1101, 1111 } = { 5, 7, 13, 15 }

f(1) = { 0, 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 14 }

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1			1
11	1			1
10	1	1	1	1

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\bar{x}_2+\bar{x}_4$$

б) $f(x_1,x_2,x_3)=x_1\cdot\overline{x_2}\cdot x_3+\overline{x_1}\cdot x_2\cdot x_3+\overline{x_2}\cdot\overline{x_3}+\overline{x_3}$

Функција f је дата у облику ДНФ, па ћемо одредити где та функција има вредност један, према правилима за представљање нормалних форми помоћу кубова:

f(1) = { 101, 011, X00, XX0 }

f(1) = { 101, 011, 000, 100, 000, 010, 100, 110 }

f(1) = { 0, 2, 3, 4, 5, 6 }

Сада је потребно одредити f(0), а пошто је ова прекидачка функција потпуно дефинисана (нема f(b)), функција f има вредност нула на свим векторима на којима нема вредност један:

f(0) = { 1, 7 }

Према правилима за одређивање минималне КНФ прекидачке функције, помоћу Карноове карте, за функцију f која има три променљиве x_1,x_2,x_3, добијамо:

x_3 \ x_1x_2	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	$\boxed{0}$	1	$\boxed{0}$	1

На крају формирамо минималну КНФ функције, као производ елементарних сума, при чему сваку суму представља једна заокружена фигура:

$$f(x_1,x_2,x_3)=(x_1+x_2+\bar{x}_3)\cdot(\bar{x}_1+\bar{x}_2+\bar{x}_3)$$

в)

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	1			1
01		1	1	1
11		1		1
10	1	1		1

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=\bar{x}_2\bar{x}_4+x_1\bar{x}_2+x_2\bar{x}_3x_4+\bar{x}_1x_2x_3$$

г)

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	0		b
01		b		0
11		b	b	0
10	0	0	0	

$$f(x_1,x_2,x_3,x_4)=(x_1+x_4)(\bar{x}_2+\bar{x}_3)(\bar{x}_1+x_2+\bar{x}_4)$$