Фебруарски рок из Основа рачунарске технике I - 2010/2011
(10.02.2011.)
Р е ш е њ е

Задатак 1

На улазе x_1, x_2, x_3, x_4 комбинационе мреже, са излазом z, долазе сигнали чија бинарна вредност представља једну BCD цифру. Уколико је вредност BCD цифре са улаза прост број (прости бројеви: 2,3,5,7) излаз мреже z има вредност 1. Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИ елемената. x_1 је бит највеће тежине.

Решење:

Шта је BCD број?

BCD (или бинарно кодирана децимала) је репрезентација децималног броја, где је свака BCD цифра од 0 до 9 представљена као 4-битни број (нибла):

```
Decimal:    0     1     2     3     4     5     6     7     8     9
BCD:      0000  0001  0010  0011  0100  0101  0110  0111  1000  1001
```

На улазе x_1, x_2, x_3 и x_4 комбинационе мреже доводимо 4-битни BCD број. Излаз мреже z има вредност 1, ако је број на улазу прост. У задатку је речено да се за просте бројеве сматрају 2, 3, 5 и 7. У супротном, излаз мреже има вредност 0.

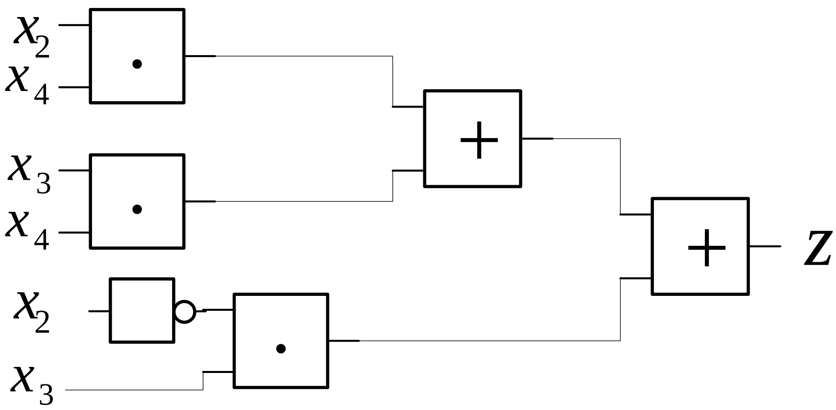
Цифра	x_1	x_2	x_3	x_4	z
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	b
	1	0	1	1	b
	1	1	0	0	b
	1	1	0	1	b
	1	1	1	0	b
	1	1	1	1	b

Сада треба одредити прекидачку функцију за излазни сигнал, у зависности од улазних сигнала. За излаз z урадићемо минимизацију помоћу Карноове карте:

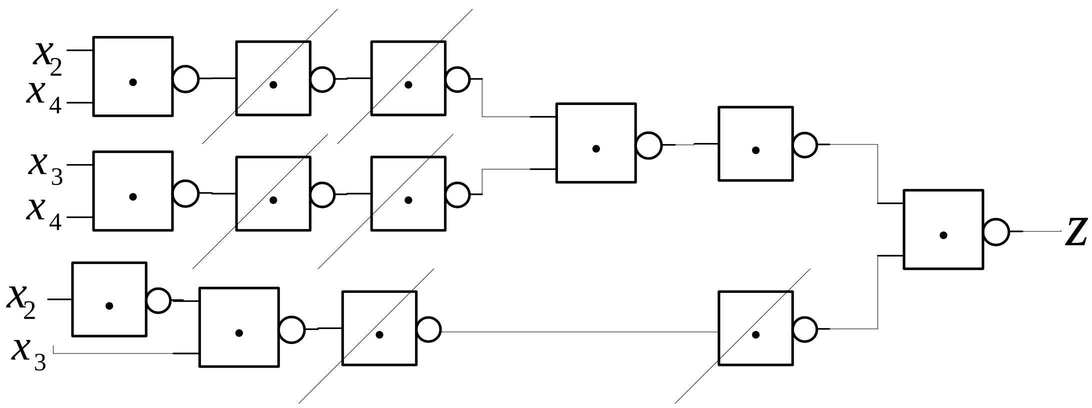
x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	0	b	0
01	0	1	b	0
11	1	1	b	b
10	1	0	b	b

$$z = \overline{x}_2 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_4 + x_3 \cdot x_4$$

На крају, за овако исписане израз, можемо да реализујемо шему мреже дефинисане у задатку (пошто се у задатку не каже, претпоставка је да на улазе комбинационе мреже не можемо доводити комплементе):



Сада вршимо трансформацију у двоулазне НИ елементе (према правилима за трансформисање рађеним на предавањима и вежбама) и добијамо коначно решење:



<u>Напомена уз задатак:</u>

Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 10-15, потребно је на неки начин детектовати појаву неког од ових вектора на улазу као "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. Како у овом случају то не бисмо могли да урадимо помоћу постојећег излазног вектора (јер се састоји од само једног сигнала, чије су обе вредности, и 0 и 1 регуларне вредности на излазу), морали бисмо да проширимо излазни вектор са још једним сигналом. Нови сигнал служио би искључиво за детекцију грешке.

Једна могућност да употребимо тај сигнал за детекцију грешке био би да он има вредност 0 за векторе 0000 до 1001, а вредност 1 за векторе 1010 до 1111. У том случају вредност 1 новог сигнала означавала би нерегуларну вредност на улазу, а вредност 0 регуларну. Тада би излазни сигнал z_1 *гледали, само ако сигнал за детекцију грешке има вредност 0. Уколико сигнал за детекцију грешке има вредност један, без обзира на то коју вредност има сигнал* z*, то би значило да имамо нерегуларну вредност улаза.*

Задатак 2

Нацртати граф и таблицу прелаза-излаза Мурове секвенцијалне мреже која има један улаз x и један излаз z. На улазу ове секвенцијалне мреже појављује се бесконачан низ бинарних вредности у ритму сигнала такта. Сваки пут када се на улазу x појави секвенца бинарних вредности 010110 на излазу z генерише се вредност 1 једну периоду сигнала такта. Реализовати ову секвенцијалну мрежу користећи RS флип флопове код којих је један активна вредност улазних сигнала.

Решење:

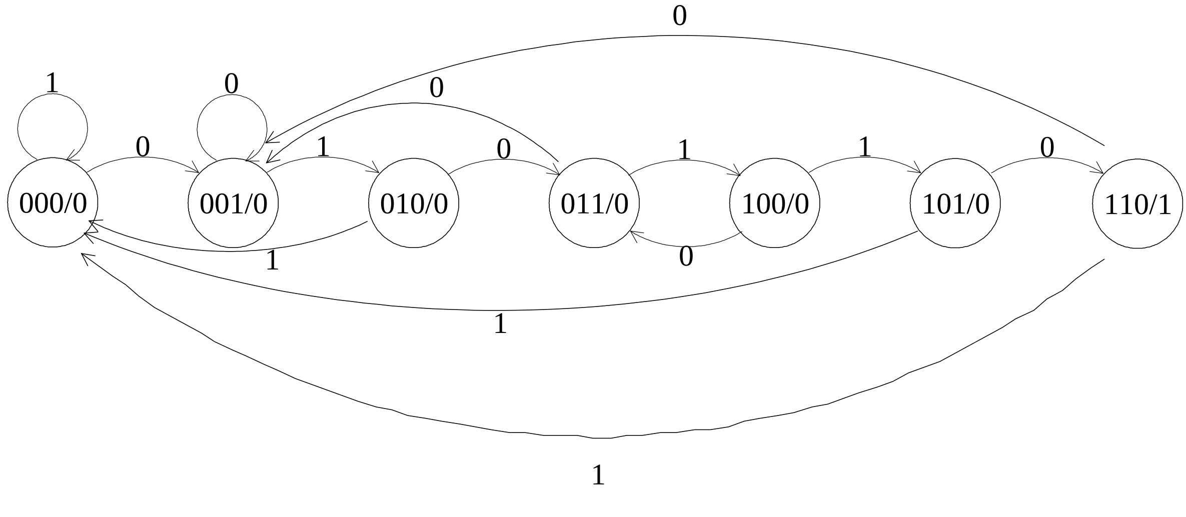
Пример детектоване секвенце:

x	0	1	0	1	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	1	0	0	1
z	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Прво је потребно нацртати граф стања, који цртамо на следећи начин. Потребно је да имамо почетно стање (A), које представља стање од кога почињемо да пратимо улазну секвенцу, као и стање у које се враћамо након што смо детектовали тражену секвенцу. Излаз мреже у овом стању (A) имаће вредност 0, због тога што није детектована секвенца у том тренутку. Уколико се налазимо у почетном стању (A) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у наредно стање (B), које означава да се на улазу појавила прва нула у секвенци. Излаз мреже у овом стању (B) имаће вредност 0, због тога што није детектована секвенца у том тренутку. Уколико се налазимо у почетном стању (A) и на улаз мреже дође јединица, остајемо у почетном стању (A) све док се не појави нула на улазу. Уколико се налазимо у стању B (које означава да се на улазу претходно појавила једна нула) и на улаз мреже дође један, прелазимо у наредно стање (C), које означава да се на улазу појавила јединица у секвенци. Излаз мреже у овом стању (C) имаће вредност 0, због тога што није детектована тражена секвенца у том тренутку. Уколико се налазимо у стању B (које означава да се на улазу претходно појавила нула) и на улаз мреже дође нула, остајемо у том стању B, због тога што чекамо 01 односно почетак секвенце 010110, који треба да детектујемо и морамо чекати јединицу. Уколико се налазимо у стању C (које означава да се на улазу претходно појавило 01) и на улаз мреже дође јединица, враћамо се у почетно стање A, јер 011 не одговара почетку секвенце коју треба да детектујемо. Уколико се налазимо у стању C (које означава да се на улазу претходно појавило 01) и на улаз мреже дође нула, прелазимо у наредно стање (D), које означава да је детектована секвенца 010 на улазу. Излаз мреже у овом стању (D) имаће вредност 0, јер још увек нисмо детектовалу комплетну секвенцу 010110...

У стању G, излаз мреже (z) ће бити један, када детектујемо секвенцу 010110. У свим осталим стањима, значи да се на улазу није појавила секвенца 010110, па ће излаз z имати вредност 0. Мрежа мења стање у коме се налази, сваки пут када се на улазу појави нека вредност за x (0 или 1), односно сваки пут када прође један такт.

Стања у графу ћемо приказати овако:



На основу графа стања можемо нацртати таблицу прелаза/излаза:

Q \ X	0	1	Z
000	001	000	0
001	001	010	0
010	011	000	0
011	001	100	0
100	011	101	0
101	110	000	0
110	001	000	1
111	bbb	bbb	b

Како се ради о мрежи Муровог типа, код које излаз зависи само од стања мреже, можемо да одредимо прекидачке функције које описују функцију излаза. Приликом цртања графа прелаза/излаза изабрали смо да кодирање стања одмах одговара излазима придруженим стањима (да бисмо лакше утврдили у која стања прелазимо), тако да је сада проналажење функције излаза тривијално:

Q_3 \ Q_1Q_2	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	0	b	0

$$Z = Q_1 \cdot Q_2$$

Треба да одредимо и функције побуда. Најпре ћемо на основу претходне таблице, нацртати комбинациону таблицу прелаза/излаза. Узимамо да нам се улаз састоји од вектора улаза X и вектора стања Q(t). У нашем случају X има један бит, а Q(t) три бита, па ћемо имати укупно 2^4=16 различитих вредности. За сваку комбинацију X и Q(t) из таблице прелаза/излаза преписујемо која вредност се добија за Q(t+1) и Z и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза/излаза:

x	Q(t)	Q(t+1)
0	0 0 0	0 0 1
0	0 0 1	0 0 1
0	0 1 0	0 1 1
0	0 1 1	0 0 1
0	1 0 0	0 1 1
0	1 0 1	1 1 0
0	1 1 0	0 0 1
0	1 1 1	b b b
1	0 0 0	0 0 0
1	0 0 1	0 1 0
1	0 1 0	0 0 0
1	0 1 1	1 0 0
1	1 0 0	1 0 1
1	1 0 1	0 0 0
1	1 1 0	0 0 0
1	1 1 1	b b b

Сада је потребно на основу комбинационе таблице прелаза нацртати комбинациону таблицу прелаза и побуда за одабрани тип флип-флопа. Због тога што је за реализацију секвенцијалне мреже потребно користити RS флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, потребно је знати таблицу побуде RS флип-флопа код којих је 1 активна вредност улазних сигнала.

Q(t)	Q(t+1)	R	S
0	0	b	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	b

На основу комбинационе таблице прелаза и таблице побуде флип флопова за RS флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, можемо сада конструисати комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

Ову таблицу попуњавамо, тако што прво препишемо комбинациону таблицу прелаза. Сада користимо таблицу побуде RS флип-флопа да добијемо R_1, S_1, R_2, S_2, R_3 и S_3 за сваки прелаз из $Q_i(t)$ у $Q_i(t+1)$ и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

x	Q(t)	Q(t+1)	R_1	S_1	R_2	S_2	R_3	S_3
0	0 0 0	0 0 1	b	0	b	0	0	1
0	0 0 1	0 0 1	b	0	b	0	0	b
0	0 1 0	0 1 1	b	0	0	b	0	1
0	0 1 1	0 0 1	b	0	1	0	0	b
0	1 0 0	0 1 1	1	0	0	1	0	1
0	1 0 1	1 1 0	0	b	0	1	1	0
0	1 1 0	0 0 1	1	0	1	0	0	1
0	1 1 1	b b b	b	b	b	b	b	b
1	0 0 0	0 0 0	b	0	b	0	b	0
1	0 0 1	0 1 0	b	0	0	1	1	0
1	0 1 0	0 0 0	b	0	1	0	b	0
1	0 1 1	1 0 0	0	1	1	0	1	0
1	1 0 0	1 0 1	0	b	b	0	0	1
1	1 0 1	0 0 0	1	0	b	0	1	0
1	1 1 0	0 0 0	1	0	1	0	b	0
1	1 1 1	b b b	b	b	b	b	b	b

Сада сваки од сигнала R_1, S_1, R_2, S_2, R_3 и S_3 посматрамо као функцију која зависи од четири променљиве $xQ_1Q_2Q_3$. Постоји више различитих начина како можемо добити изразе за ове сигнале, као што је раније објашњено. У овом случају бирамо да урадимо минимизацију помоћу Карноових карата и добијемо минималну ДНФ.

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	b	1	0	b
01	b	0	1	b
11	b	b	b	0
10	b	1	1	b

$$R_1 = x \cdot \overline{Q_2} \cdot Q_3 + Q_2 \cdot \overline{Q_3} + \overline{x} \cdot \overline{Q_3}$$

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	0	0	b	0
01	0	b	0	0
11	0	b	b	1
10	0	0	0	0

$$S_1 = x \cdot Q_2 \cdot Q_3$$

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	b	0	b	b
01	b	0	b	0
11	1	b	b	1
10	0	1	1	1

$$R_2 = Q_2 \cdot Q_3 + Q_1 \cdot Q_2 + x \cdot Q_2$$

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	0	1	0	0
01	0	1	0	1
11	0	b	b	0
10	b	0	0	0

$$S_2 = \overline{x} \cdot Q_1 \cdot \overline{Q_2} + x \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot Q_3$$

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	0	0	0	b
01	0	1	1	1
11	0	b	b	1
10	0	0	b	b

$$R_3 = Q_1 \cdot Q_3 + x \cdot Q_3$$

Q_2Q_3 \ xQ_1	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	b	0	0	0
11	b	b	b	0
10	1	1	0	0

$$S_3 = \overline{x} \cdot \overline{Q_3} + Q_1 \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

Затим од добијених излазних сигнала, реализујемо шему.