

II колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2007/2008

(01.06.2008.)

Решење

Задатак 1

На улазе x_1, x_2, x_3, x_4 комбинационе мреже, са излазом z_1 , долази четворобитни BCD број. Ако број са улаза при дељењу са 3 даје остатак 2 излаз мреже z_1 има вредност 1. Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИЛИ елемената. x_1 је бит највеће тежине.

Решење:

Шта је BCD број?

BCD (или бинарно кодирана децимала) је репрезентација децималног броја, где је свака BCD цифра од 0 до 9 представљена као 4-битни број (нибла):

Decimal:	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
BCD:	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

На улазе x_1, x_2, x_3 и x_4 комбинационе мреже доводимо 4-битни BCD број. Ако децимална вредност броја на улазу при дељењу са 3, треба да даје остатак 2, то значи да излаз мреже z_1 има вредност 1, и то је случај када за децималну вредност броја на улазу имамо 2, 5 и 8.

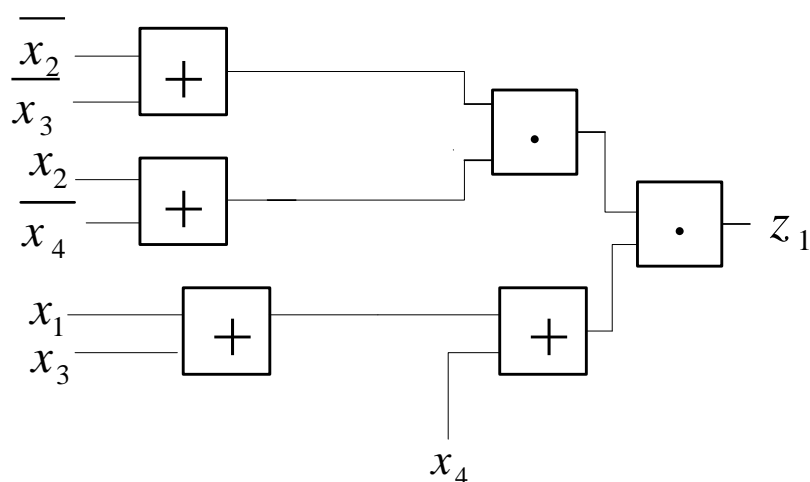
Цифра	x_1	x_2	x_3	x_4	z_1
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	1
9	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	b
	1	0	1	1	b
	1	1	0	0	b
	1	1	0	1	b
	1	1	1	0	b
	1	1	1	1	b

Сада треба одредити прекидачку функцију за излазни сигнал, у зависности од улазних сигнала. За излаз z_1 урадићемо минимизацију помоћу Карноове карте:

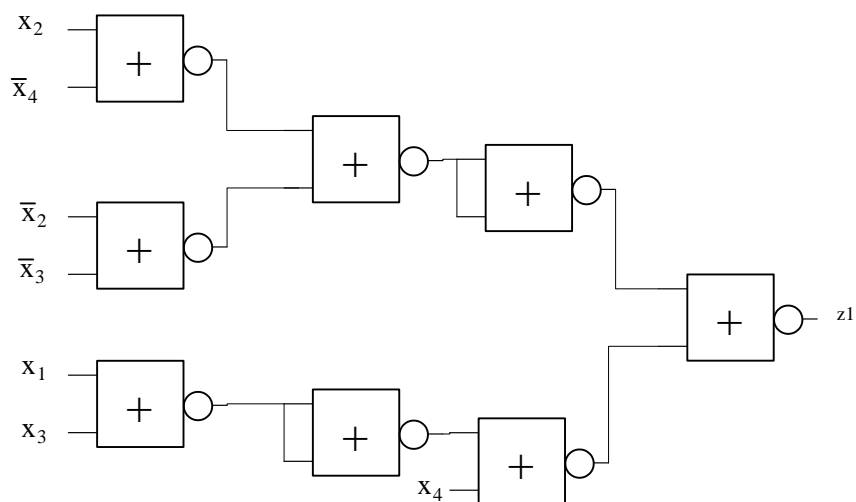
		x_1x_2			
		00	01	11	10
x_3x_4	00	0	0	b	1
	01	0	1	b	0
	11	0	0	b	b
	10	1	0	b	b

$$y = (\bar{x}_2 + \bar{x}_3) \cdot (x_2 + \bar{x}_4) \cdot (x_1 + x_3 + x_4)$$

На крају, за овако исписане израз, можемо да реализујемо шему мреже дефинисане у задатку (претпоставка је да на улазе комбинационе мреже можемо доводити комплементе):



Сада вршимо трансформацију у двоулазне НИЛИ елементе (према правилима за трансформисање рађеним на предавањима и вежбама) и добијамо коначно решење:



Напомена уз задатак:

Ако дозволимо да се на улазу јављају вектори 10-15, потребно је на неки начин детектовати појаву неког од ових вектора на улазу као "грешку", тј. нерегуларну вредност улаза. Како у овом случају то не бисмо могли да урадимо помоћу постојећег излазног вектора (јер се састоји од само једног сигнала, чије су обе вредности, и 0 и 1 регуларне вредности на излазу), морали бисмо да проширимо излазни вектор са још једним сигналом. Нови сигнал служио би искључиво за детекцију грешке.

Једна могућност да употребимо тај сигнал за детекцију грешке био би да он има вредност 0 за векторе 0000 до 1001, а вредност 1 за векторе 1010 до 1111. У том случају вредност 1 новог сигнала означавала би нерегуларну вредност на улазу, а вредност 0 регуларну. Тада би излазни сигнал z_1 гледали, само ако сигнал за детекцију грешке има вредност 0. Уколико сигнал за детекцију грешке има вредност један, без обзира на то коју вредност има сигнал z , то би значило да имамо нерегуларну вредност улаза.

Задатак 2

Нацртати граф и таблицу прелаза-излаза секвенцијалне мреже која има један улаз x и један излаз z , која на излазу z даје вредност 1 сваки пут када се детектује да су се на улазу x у претходна три такта појавиле барем две вредности 1 у било ком поретку. У свим осталим случајевима мрежа на свом излазу даје вредност 0. Реализовати ову секвенцијалну мрежу као мрежу Муровог типа користећи што мање RS флип флопова код којих је 1 активна вредност улазних сигнала и НИЛИ елементе са произвољним бројем улаза.

Решење:

Прво ћемо нацртати граф стања секвенцијалне мреже коју треба реализовати, а након тога ћемо нацртати и таблицу стања. Посматрамо три такта и тражимо да ли су се појавиле бар две јединице. Могући случајеви да детектујемо секвенцу са две јединице у три такта су:

- појављује се нула, па две јединице (011)
- појављује се један, па нула, па опет један (101)
- појављују се две јединице, па нула (110)
- појављују се три јединице (111)

напомена: у задатку се каже **бар** две јединице у претходна три такта, ако би се тражило **тачно** две јединице, онда последња секвенца (111) не би задовољавала услове текста овог задатка.

Пример мењања стања:

Q ₁ Q ₂ Q ₃	0	0	0
z	0	0	0

↓ x = 1 - у првом такту који посматрамо, на улазу се појављује прва јединица

Q ₁ Q ₂ Q ₃	0	0	1
z	0	0	0

↓ x = 0 - у другом такту који посматрамо, на улазу се појављује нула

Q ₁ Q ₂ Q ₃	0	1	0
z	0	0	0

↓ x = 1 - у трећем такту који посматрамо, на улазу се појављује друга јединица

Q ₁ Q ₂ Q ₃	1	0	1
z	0	0	1

- овде смо детектовали две јединице у претходна три такта!
- у четвртном такту који посматрамо, на улазу се опет појављује јединица

↓ x = 1 - и овде смо детектовали две јединице у претходна три такта!

Q ₁ Q ₂ Q ₃	0	1	1
z	0	1	1

- у петом такту који посматрамо, на улазу се опет појављује јединица

↓ x = 1 - и овде смо детектовали две јединице у претходна три такта!

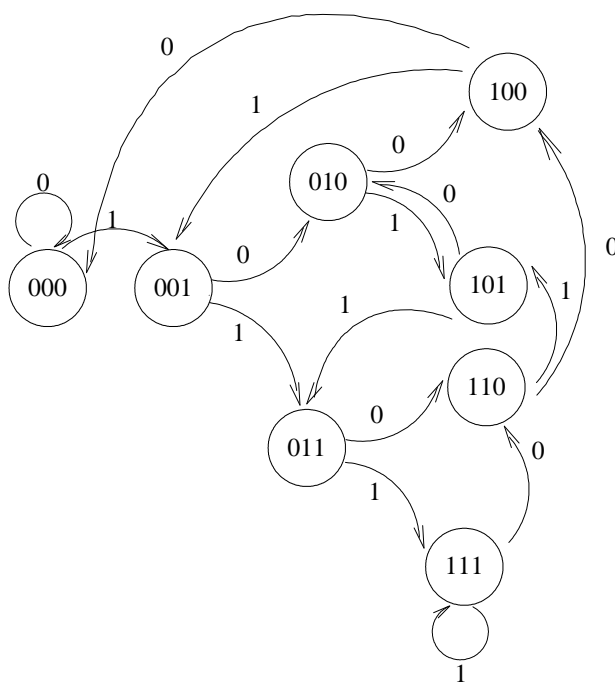
Q ₁ Q ₂ Q ₃	1	1	1
z	1	1	1

↓ ...

Напомена: У примеру је светло плавом бојом означено када су детектоване две јединице у претходна три такта (тачније када је излазни сигнал z активан), а жутом бојом су означена стања у којима су те две јединице пронађене.

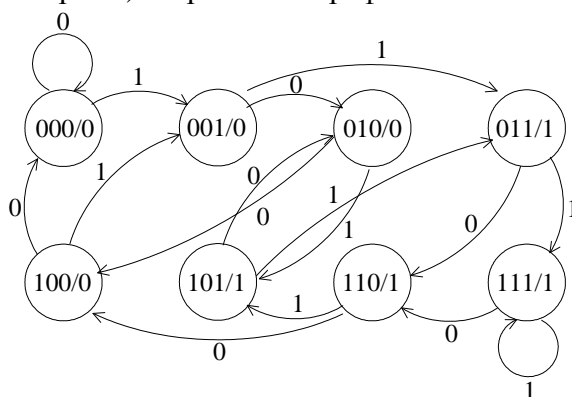
У овом случају тражи се да мрежу реализујемо као мрежу Муровог типа. Прво је потребно нацртати граф стања, односно да одредимо шта ће бити стање. Из примера се види да је најбоље да стање у графу има 3 бита, зато што је потребно да пратимо секвенцу у претходна три такта. Почетно стање може бити различито, али претпоставка је да се налазимо у неком почетном стању 000 (касније ће бити дискутовано*). Излаз мреже (z) ће бити један када детектујемо секвенцу од две јединице у претходна три такта, односно излаз z ће имати вредност 1, у већ поменутих стањима 011, 101, 110 и 111. У свим осталим стањима, значи да се у претходна три такта није појавила јединица, па ће излаз z имати вредност 0.

Мрежа мења стање када се на улазу појави нека вредност за x (0 или 1), односно мења стање сваки пут када прође један такт. На пример, ако кренемо из стања 000, можемо прећи у стање 001, ако се на улазу појави јединица, или остати у истом стању (000), ако се улазу појави нула. Из стања 001 можемо прећи у стање 011, ако се улазу појави јединица (и у том стању смо детектовали две јединице у претходна три такта), или прећи у стање 010, ако се на улазу појави нула. Дакле, ми у сваком тренутку треба само да посматрамо шта је било на улазу у претходна три такта, па то можемо приказати овако:



Можемо казати и овако: ако смо у стању $Q_1Q_2Q_3$ у неком тренутку t , и ако се на улазу појави нека вредност x , у следећем тренутку $t+1$ (када прође један такт), то следеће стање $Q_1(t+1)Q_2(t+1)Q_3(t+1)$ ће бити једнако Q_2Q_3x , односно секвенца коју чине последња два такта (и коју можемо добити битским померањем улево претходног стања у мрежи) и улазни сигнал који се појавио након трећег такта.

Стања у графу можемо допунити излазним сигналимa (већ је речено да је мрежа Муровог типа, код које излаз зависи само од стања мреже) и приказати граф овако:



На основу графа стања можемо нацртати таблицу прелаза/излаза:

Q \ X	0	1	Z
000	000	001	0
001	010	011	0
010	100	101	0
011	110	111	1
100	000	001	0
101	010	011	1
110	100	101	1
111	110	111	1

Како се ради о мрежи Муровог типа, код које излаз зависи само од стања мреже, можемо да одредимо прекидачке функције које описују функцију излаза. Приликом цртања графа прелаза/излаза изабрали смо да кодирање стања одмах одговара излазима придруженим стањима (да бисмо лакше утврдили у која стања прелазимо), тако да је сада проналажење функције излаза тривијално:

		Q ₁ Q ₂			
		00	01	11	10
Q ₃	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

$$Z = (Q_1 + Q_2) \cdot (Q_1 + Q_3) \cdot (Q_2 + Q_3)$$

$$Z = \overline{(Q_1 + Q_2)} + \overline{(Q_1 + Q_3)} + \overline{(Q_2 + Q_3)}$$

Треба да одредимо и функције побуда. Најпре ћемо на основу претходне таблице, нацртати комбинациону таблицу прелаза/излаза. Узимамо да нам се улаз састоји од вектора улаза X и вектора стања Q(t). У нашем случају X има један бит, а Q(t) три бита, па ћемо имати укупно $2^4=16$ различитих вредности. За сваку комбинацију X и Q(t) из таблице прелаза/излаза преписујемо која вредност се добија за Q(t+1) и Z и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза/излаза:

x	Q(t)	Q(t+1)
0	000	000
0	001	010
0	010	100
0	011	110
0	100	000
0	101	010
0	110	100
0	111	110
1	000	001
1	001	011
1	010	101
1	011	111
1	100	001
1	101	011
1	110	101
1	111	111

Сада је потребно на основу комбинационе таблице прелаза нацртати комбинациону таблицу прелаза и побуда за одабрани тип флип-флопа. Због тога што је за реализацију секвенцијалне мреже потребно користити RS флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, потребно је знати таблицу побуде RS флип-флопа код којих је 1 активна вредност улазних сигнала.

Q(t)	Q(t+1)	R	S
0	0	b	0
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	b

На основу комбинационе таблице прелаза и таблице побуде флип флопова за RS флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, можемо сада конструисати комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

Ову таблицу попуњавамо, тако што прво препишемо комбинациону таблицу прелаза. Сада користимо таблицу побуде RS флип-флопа да добијемо R_1, S_1, R_2, S_2, R_3 и S_3 за сваки прелаз из $Q_i(t)$ у $Q_i(t+1)$ и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

x	Q(t)	Q(t+1)	R ₁	S ₁	R ₂	S ₂	R ₃	S ₃
0	000	000	b	0	b	0	b	0
0	001	010	b	0	0	1	1	0
0	010	100	0	1	1	0	b	0
0	011	110	0	1	0	b	1	0
0	100	000	1	0	b	0	b	0
0	101	010	1	0	0	1	1	0
0	110	100	0	b	1	0	b	0
0	111	110	0	b	0	b	1	0
1	000	001	b	0	b	0	0	1
1	001	011	b	0	0	1	0	b
1	010	101	0	1	1	0	0	1
1	011	111	0	1	0	b	0	b
1	100	001	1	0	b	0	0	1
1	101	011	1	0	0	1	0	b
1	110	101	0	b	1	0	0	1
1	111	111	0	b	0	b	0	b

Сада сваки од сигнала R_1, S_1, R_2, S_2, R_3 и S_3 посматрамо као функцију која зависи од четири променљиве $xQ_1Q_2Q_3$. Постоји више различитих начина како можемо добити изразе за ове сигнале, као што је раније објашњено. У овом случају бирамо да урадимо минимизацију помоћу Карноових карата и добијемо минималну ДНФ.

xQ_1 Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	1	1	b
01	b	1	1	b
11	0	0	0	0
10	0	0	0	0

$$R_1 = \overline{Q_2}$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	0	0	0
11	1	b	b	1
10	1	b	b	1

$$S_1 = Q_2$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	b	b	b
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$R_2 = \overline{Q_3}$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	b	b	b	b
10	0	0	0	0

$$S_2 = Q_3$$

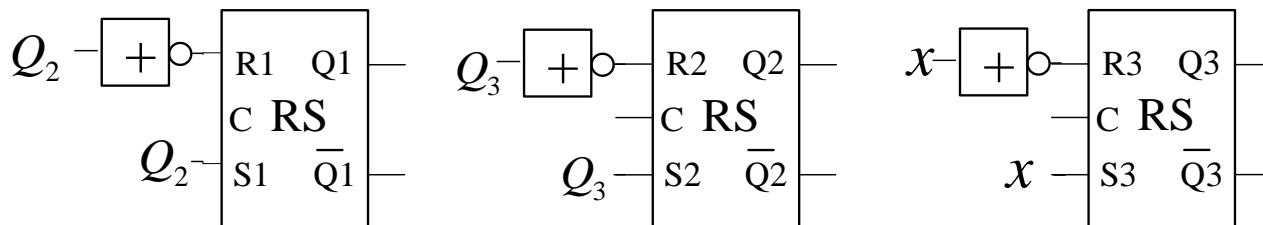
xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	b	0	0
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	b	b	0	0

$$R_3 = \overline{x}$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	b	b
11	0	0	b	b
10	0	0	1	1

$$S_3 = x$$

Затим од добијених излазних сигнала, реализујемо прекидачку мрежу помоћу НИЛИ елемената.



$$Z = \overline{\overline{(Q_1 + Q_2)} + \overline{\overline{(Q_1 + Q_3)} + \overline{\overline{(Q_2 + Q_3)}}}}$$

Коментар (за почетно стање):

Почетно стање у графу не мора да буде 000, већ може бити било које стање (000, 011, ... ,111). Идеја задатка је да ми морамо да нађемо две јединице у претходна три такта, а да би дошли до тог почетног стања, када можемо да детектујемо да ли је било две јединице или није, ми морамо да сачекамо три такта. Дакле било које од осам стања у графу може бити почетно стање и то зависи од секвенце која ће доћи на улаз мреже у прва три такта.