Октобарски испитни рок из Основа рачунарске технике I - 2007/2008
(25.09.2008.)
Р е ш е њ е

Задатак 1

На улазе x_1, x_2, x_3, x_4 комбинационе мреже долази четворобитни број представљен у другом комплементу. Ако је децимална вредност броја на улазу дељива са 3, излаз мреже z_3 има вредност 1, а ако је децимална вредност броја на улазу дељива са 2, излаз мреже z_2 има вредност 1, а ако 1 децимална вредност броја на улазу није дељива ни са 2 ни са 3 излаз мреже z_1 има вредност 1. Пројектовати ову мрежу користећи што мањи број двоулазних НИЛИ логичких кола. На улазу се не може појавити комбинација (x_1, x_2, x_3, x_4) = 0000. x_1 је бит највеће тежине.

Решење:

Шта је други комплемент?
Други комплемент или комплемент двојке за четвороцифрени бинарни број X представља допуну до броја 10000_2. Каже се и да други комплемент можемо добити додавањем јединице на први комплемент, а први комплемент се добија инвертовањем свих јединица у нуле и инвертовањем свих нула у јединице.

На улазе x_1, x_2, x_3 и x_4 комбинационе мреже доводимо број у другом комплементу. Ако имамо децималну вредност броја на улазу, на пример 4 (бинарна представа: 0100), то значи да излазни сигнал z_2 има вредност 1, јер је број 4 дељив са 2, а излазни сигнали z_1 и z_3 имају вредност 0. Ако имамо децималну вредност броја на улазу, на пример 6 (0110), то значи да ће излазни сигнали мреже z_2 и z_3 имати вредност 1, јер је број 6 дељив и са 2 и са 3. Ако имамо децималну вредност броја на улазу, на пример 7 (0111), то значи да ће излазни сигнали мреже z_2 и z_3 имати вредност 0, јер број 7 није дељив ни са 2, ни са 3, али ће зато излазни сигнал z_1 имати вредност 1. За децималне бројеве који нису дефинисани на улазу (0000), на излазу ћемо детектовати нерегуларну вредност на улазу, помоћу вектора bbb.

Цифра	x_1	x_2	x_3	x_4	z_3	z_2	z_1
0	0	0	0	0	b	b	b
1	0	0	0	1	0	0	1
2	0	0	1	0	0	1	0
3	0	0	1	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	1	0
5	0	1	0	1	0	0	1
6	0	1	1	0	1	1	0
7	0	1	1	1	0	0	1
-8	1	0	0	0	0	1	0
-7	1	0	0	1	0	0	1
-6	1	0	1	0	1	1	0
-5	1	0	1	1	0	0	1
-4	1	1	0	0	0	1	0
-3	1	1	0	1	1	0	0
-2	1	1	1	0	0	1	0
-1	1	1	1	1	0	0	1

Сада треба одредити прекидачку функцију за излазни сигнал, у зависности од улазних сигнала. Урадићемо минимизацију помоћу Карноових карата:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	0	0	0
01	0	0	1	0
11	1	0	0	0
10	0	1	0	1

$$z_3 = (x_3 + x_4)\cdot(x_1 + x_3)\cdot(\overline{x_2} + \overline{x_3} + \overline{x_4})\cdot(\overline{x_1} + \overline{x_2} + \overline{x_3})\cdot(\overline{x_1} + x_2 + \overline{x_4})\cdot(x_1 + x_2 + x_4)$$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	1	1	1
01	0	0	0	0
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$z_2 = \overline{x_4}$$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	b	0	0	0
01	1	1	0	1
11	0	1	1	1
10	0	0	0	0

$$z_1 = x_4 \cdot (\overline{x_1} + \overline{x_2} + x_3)\cdot(x_1 + x_2 + \overline{x_3})$$

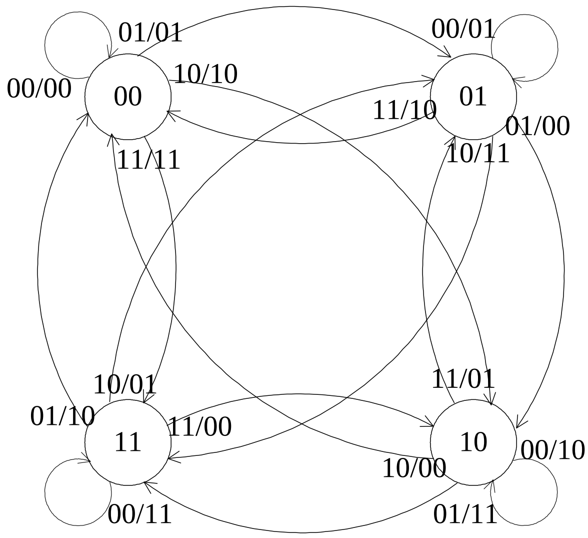
На крају, за овако исписане изразе, треба да реализујемо шему помоћу минималног броја двоулазних НИЛИ елемената, како је тражено у задатку.

Задатак 2

Пројектовати граф и таблицу прелаза излаза секвенцијалну мрежу описану функцијом прелаза $Q(t+1) = ((Q(t) + X)$ **mod** 4) и функцијом излаза $Z(t) = (Q(t)$ **xor** $X)$ ($Q(t) = Q_1Q_2$, $X = x_1x_2$, $Z = z_1z_2$). Где операција + представља аритметичку операцију сабирања, а **xor** логичку битску операцију ексклузивно или. На располагању су JK флип флопови са улазима активним у нули и НИ елементи са произвољним бројем улаза.

Решење:

Из задатка можемо закључити да се код вектора стања користе 2 бита (Q_1Q_2), код улазног вектора имамо такође 2 бита (x_1x_2) и да постоје два излазна сигнала (z_1,z_2). Мрежа је Милијевог типа, зато што функција излаза зависи и од стања (Q(t)) и од улазног вектора (X). Прво ћемо нацртати граф прелаза/излаза.



На основу графа прелаза/излаза цртамо таблицу прелаза/излаза:

Q \ X	00	01	10	11
00	00/00	01/01	10/10	11/11
01	01/01	10/00	11/11	00/10
10	10/10	11/11	00/00	01/01
11	11/11	00/10	01/01	10/00

Сада ћемо на основу таблице прелаза/излаза нацртати комбинациону таблицу прелаза/излаза. Узимамо да нам се улаз састоји од вектора улаза X и вектора стања Q(t). У нашем случају X има два бита и Q(t) има два бита, тако да имамо вектор од четири бита, што значи да имамо 16 различитих вредности. За сваку комбинацију X и Q(t) из таблице прелаза/излаза преписујемо која вредност се добија за Q(t+1) и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза/излаза.

x	Q(t)	Q(t+1)	Z
0 0	0 0	0 0	0 0
0 0	0 1	0 1	0 1
0 0	1 0	1 0	1 0
0 0	1 1	1 1	1 1
0 1	0 0	0 1	0 1
0 1	0 1	1 0	0 0
0 1	1 0	1 1	1 1
0 1	1 1	0 0	1 0
1 0	0 0	1 0	1 0
1 0	0 1	1 1	1 1

1 0	1 0	0 0	0 0
1 0	1 1	0 1	0 1
1 1	0 0	1 1	1 1
1 1	0 1	0 0	1 0
1 1	1 0	0 1	0 1
1 1	1 1	1 0	0 0

Минимизацијом помоћу Карноових карата, лако можемо да израчунамо функције излаза:

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	0	0	1	1
11	1	1	0	0
10	1	1	0	0

$$z_1 = x_1 \cdot \overline{Q_1} + \overline{x_1} \cdot Q_1$$

x_3x_4 \ x_1x_2	00	01	11	10
00	0	1	1	0
01	1	0	0	1
11	1	0	0	1
10	0	1	1	0

$$z_2 = x_2 \cdot \overline{Q_2} + \overline{x_2} \cdot Q_2$$

Затим је потребно на основу комбинационе таблице прелаза/излаза нацртати комбинациону таблицу прелаза и побуда за одабрани тип флип-флопа. Због тога што је за реализацију секвенцијалне мреже потребно користити JK флип-флопове код којих је 0 активна вредност улазних сигнала, потребно је знати таблицу побуде JK флип-флопа код којих је 0 активна вредност улазних сигнала.

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	1	b
0	1	0	b
1	0	b	0
1	1	b	1

На основу комбинационе таблице прелаза и таблице побуде флип флопова за JK флип-флопове код којих је 0 активна вредност улазних сигнала, можемо сада конструисати комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

Ову таблицу попуњавамо, тако што прво препишемо комбинациону таблицу прелаза. Онда користимо таблицу побуде JK флип-флопа да добијемо J_1, K_1, J_2 и K_2 за сваки прелаз из $Q_i(t)$ у $Q_i(t+1)$ и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

X	Q(t)	Q(t+1)	J_1	K_1	J_2	K_2
0 0	0 0	0 0	1	b	1	b
0 0	0 1	0 1	1	b	b	1
0 0	1 0	1 0	b	1	1	b
0 0	1 1	1 1	b	1	b	1
0 1	0 0	0 1	1	b	0	b
0 1	0 1	1 0	0	b	b	0
0 1	1 0	1 1	b	1	0	b
0 1	1 1	0 0	b	0	b	0
1 0	0 0	1 0	0	b	1	b
1 0	0 1	1 1	0	b	b	1
1 0	1 0	0 0	b	0	1	b
1 0	1 1	0 1	b	0	b	1
1 1	0 0	1 1	0	b	0	b
1 1	0 1	0 0	1	b	b	0
1 1	1 0	0 1	b	0	0	b
1 1	1 1	1 0	b	1	b	0

Сада сваки од сигнала J_1, K_1, J_2 и K_2 посматрамо као функцију која зависи од четири променљиве $x_1x_2Q_1Q_2$. Постоји више различитих начина како можемо добити изразе за ове сигнале, као што је раније објашњено. У овом случају можемо да урадимо минимизацију помоћу Карноових карата и добијемо изразе за минималну ДНФ, а након тога нацртамо прекидачку мрежу помоћу НИ елемената, према поступку који је рађен у задацима на вежбама.