

II колоквијум из Основа рачунарске технике I - 2006/2007

(27.05.2007.)

Р е ш е њ е

Задатак 1

Пројектовати комбинациону мрежу која реализује следећу ситуацију. Апарат за кафу има три отвора (x_1, x_2, x_3), у отвор x_1 је могуће убацили новчић чија је вредност 25 динара, у отвор x_2 новчић чија је вредност 50 динара и у отвор x_3 новчић чија је вредност 75 динара. Корисник у одговарајући отвор може да убаци један или ниједан новчић. Цена кафе је 75 динара. Апарат за кафу има лампицу (излаз z_1) која светли ако није убачено довољно новца као и три отвора (излази z_2, z_3, z_4) за враћање кусура у случају да је убачено више од 75 динара. Кроз отвор z_2 , ако је потребно, као кусур се враћа један новчић чија је вредност 25 динара, кроз отвор z_3 један новчић чија је вредност 50 динара и кроз отвор z_4 један новчић чија је вредност 75 динара. Пројектовати ову мрежу коришћењем што мањег броја двоулазних НИЛИ елемената.

Решење:

Апарат за кафу треба пројектовати као комбинациону мрежу са три улаза и четири излаза. Улаз x_1 ће бити за новчић од 25 динара, улаз x_2 за новчић од 50 динара, а улаз x_3 ће бити за новчић од 75 динара. Код излаза мора да постоји лампица која сигнализира да има/нема довољно новца за кафу и излази који сигнализирају да је потребно вратити кусур од 25, 50 или 75 динара. Прво ћемо нацртати комбинациону таблицу. На пример, у случају када су два новчића од 25 и 75 динара убачена у одговарајуће отворе ($x_1=1, x_2=0, x_3=1$), значи да је укупно убачено 100 динара. Пошто је то довољно новца за једну кафу (75 динара) лампица ће бити угашена, односно излаз $z_1=0$. Неопходно је још и вратити кусур од 25 динара, односно поставити вредност на излазу $z_2=1$ (враћа се 25 динара), док су излази z_3 и z_4 (враћа се 50 и 75 динара респективно) постављени на неактивну вредност.

x_3	x_2	x_1	Убачено новца	Кусур	z_1	z_2	z_3	z_4
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	25	0	1	0	0	0
0	1	0	50	0	1	0	0	0
0	1	1	75	0	0	0	0	0
1	0	0	75	0	0	0	0	0
1	0	1	100	25	0	1	0	0
1	1	0	125	50	0	0	1	0
1	1	1	150	75	0	0	0	1

Напомена:

У случају да је убачено 150 динара, тачније по један новчић у сваки отвор, постоје два начина да се врати кусур. Може се вратити један новчић од 75 динара (решење које је овде презентовано) или два новчића од 25 и 50 динара.

Прекидачке функције за сваки од излазних сигнала z_2, z_3, z_4 проналазе се на тривијалан начин на основу комбинационе таблице, док за излаз z_1 може се користити Карноова карта ранга 3.

		$x_2 x_1$			
x_3		00	01	11	10
0				0	
1		0	0	0	0

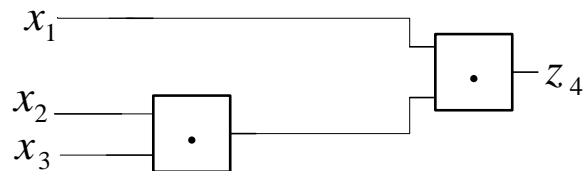
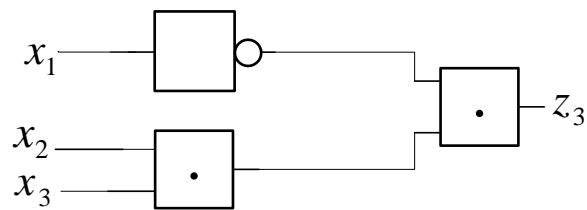
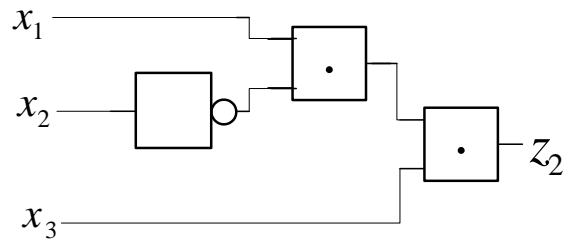
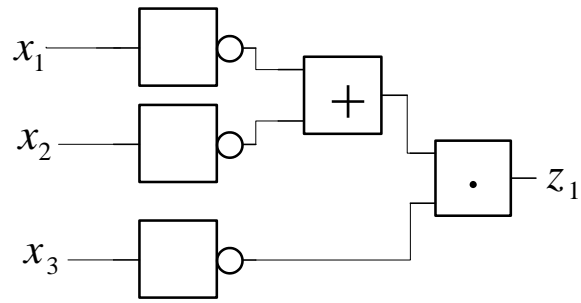
$$z_1 = (\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \cdot \bar{x}_3$$

$$z_2 = x_3 \cdot \bar{x}_2 \cdot x_1$$

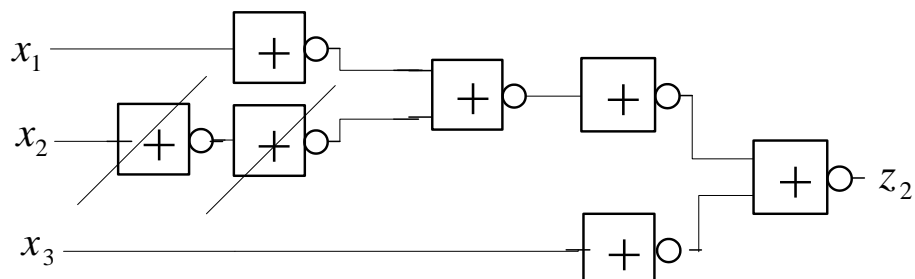
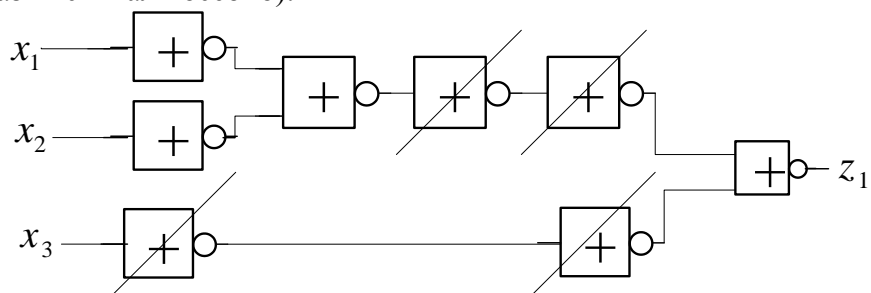
$$z_3 = x_3 \cdot x_2 \cdot \bar{x}_1$$

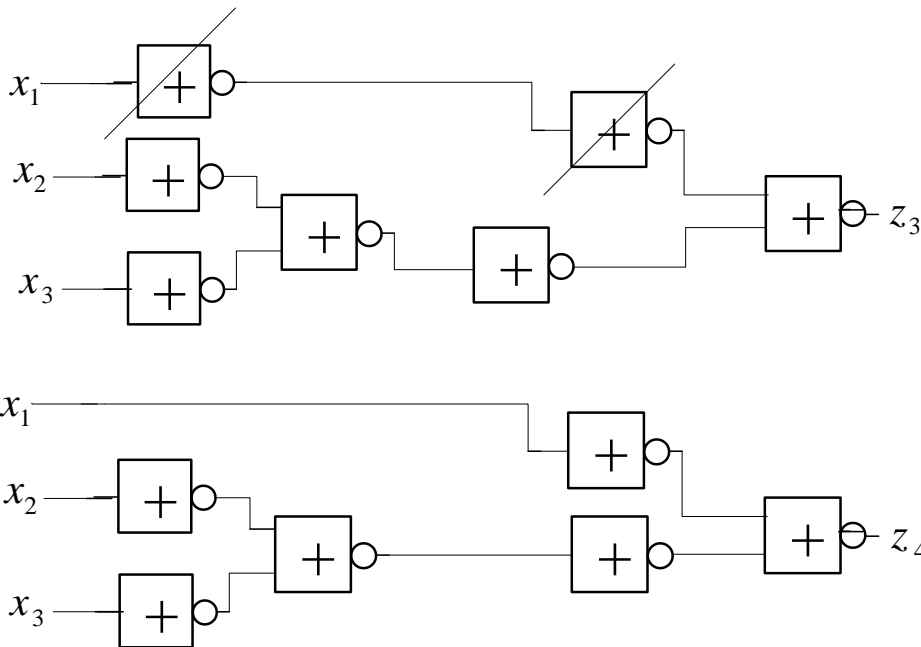
$$z_4 = x_3 \cdot x_2 \cdot x_1$$

Прекидачку мрежу реализујемо помоћу двоулазних И, ИЛИ и НЕ, па онда вршимо трансформацију у двоулазне НИЛИ елементе (према правилима за трансформисање рађеним на предавањима и вежбама).



Након сређивања, комбинациона мрежа је дата на слици (због прегледности наведене су четири слике за сваки излазни сигнал посебно):





Задатак 2

Нацртати граф и таблицу прелаза-излаза секвенцијалне мреже која има један улаз x и два излаза z_1 и z_2 , која на излазима z_1 и z_2 генерише број колико се пута у претходна три такта на улазу x појавила вредност 1. Реализовати ову секвенцијалну мрежу као мрежу Муровог типа користећи што мање JK флип флопова код којих је 1 активна вредност улазних сигнала и НИ елементе са произвољним бројем улаза.

Решење:

Прво ћемо нацртати граф стања секвенцијалне мреже коју треба реализовати, а након тога ћемо нацртати и таблицу стања. Посматрамо три такта и тражимо колико се јединица појавило на улазу. Могући случајеви су да детектујемо секвенцу са ниједном, једном, две или три јединице у три такта су:

- ниједна јединица (000)
- појављује се једна јединица у првом или у другом или у трећем такту (001, 010, 100)
- појављују се две јединице (011, 101, 110)
- појављују се три јединице (111)

Пример мењања стања:

тренутак	почетни		
$Q_1 Q_2 Q_3$	0	0	0
$z_1 z_2$			

- на пример ако је почетно стање $Q_1 Q_2 Q_3 = 000$ (биће касније дискутовано*)

↓ $x = 1$

- у првом такту који посматрамо, на улазу се појављује прва јединица

тренутак			t
$Q_1 Q_2 Q_3$	0	0	1
$z_1 z_2$			0 1

↓ $x = 0$

- у другом такту који посматрамо, на улазу се појављује нула

тренутак		t-1	t
$Q_1 Q_2 Q_3$	0	1	0
$z_1 z_2$		0 1	0 0

↓ $x = 1$ - у трећем такту који посматрамо, на улазу се појављује друга јединица

тренутак	t-2	t-1	t
$Q_1 Q_2 Q_3$	1	0	1
$z_1 z_2$	0 1	0 0	1 0

- овде смо детектовали две јединице у претходна три такта!

↓ $x = 1$ - у четвртом такту који посматрамо, на улазу се опет појављује јединица

тренутак	t-2	t-1	t
$Q_1 Q_2 Q_3$	0	1	1
$z_1 z_2$	0 0	1 0	1 0

- и овде смо детектовали две јединице у претходна три такта!

↓ $x = 1$ - у петом такту који посматрамо, на улазу се опет појављује јединица

тренутак	t-2	t-1	t
$Q_1 Q_2 Q_3$	1	1	1
$z_1 z_2$	1 0	1 0	1 1

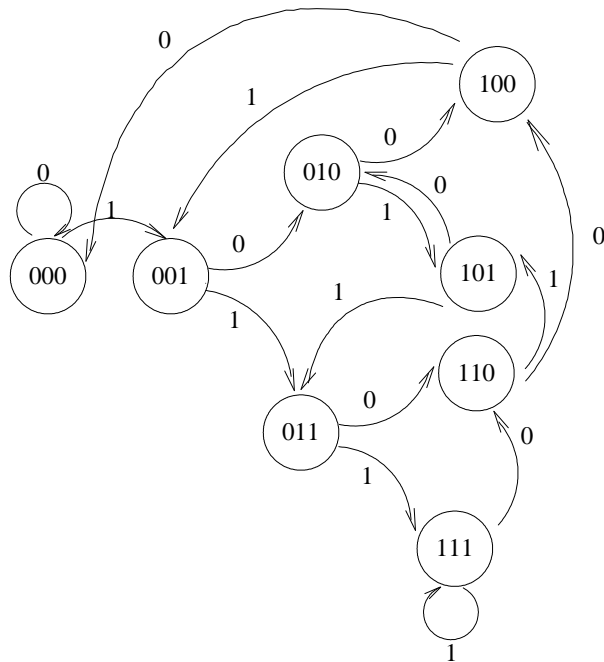
- овде смо детектовали три јединице у претходна три такта!

↓ ...

Напомена: У примеру је светло плавом бојом означено колико јединица смо детектовали у претходна три такта (тачније када су излазни сигнали z_1 и z_2 активни), а жутом бојом су означена стања.

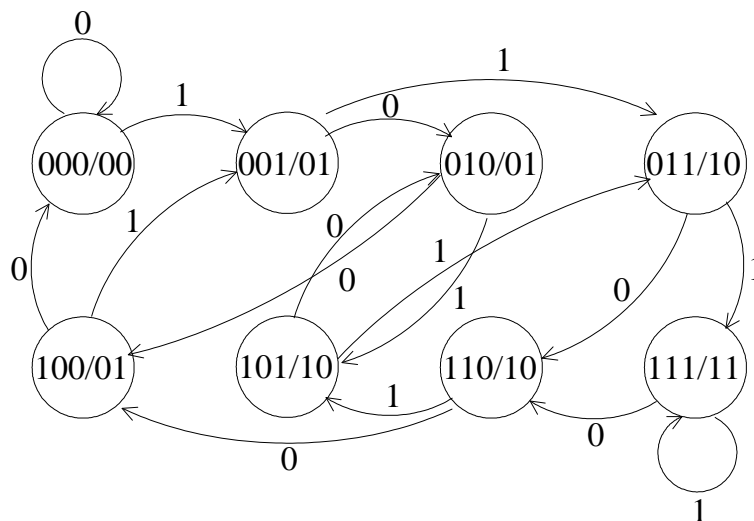
У овом случају тражи се да мрежу реализујемо као мрежу Муровог типа. Прво је потребно нацртати граф стања, односно да одредимо шта ће бити стање. Из примера се види да је најбоље да стање у графу има 3 бита, зато што је потребно да пратимо улазни сигнал у претходна три такта. Почетно стање може бити различито, али претпоставка је да се налазимо у неком почетном стању 000 (касније ће бити дискутовано*). Излаз мреже z_2 ће бити један када детектујемо појављивање само једне јединице у претходна три такта, излаз мреже z_1 ће бити један када детектујемо појављивање две јединице у претходна три такта, а оба излаза ће бити један, када детектујемо појављивање три јединице у претходна три такта. Излази ће имати вредност 0, у тренутку када немамо ниједну јединицу у претходна три такта.

Мрежа мења стање када се на улазу појави нека вредност за x (0 или 1), односно мења стање сваки пут када прође један такт. На пример, ако кренемо из стања 000, можемо прећи у стање 001, ако се на улазу појави јединица, или остати у истом стању (000), ако се улазу појави нула. Из стања 001 можемо прећи у стање 011, ако се улазу појави јединица (и у том стању смо детектовали две јединице у претходна три такта), или прећи у стање 010, ако се на улазу појави нула. Дакле, ми у сваком тренутку треба само да посматрамо шта је било на улазу у претходна три такта, па то можемо приказати овако:



Можемо казати и овако: ако смо у стању $Q_1Q_2Q_3$ у неком тренутку t , и ако се на улазу појави нека вредност x , у следећем тренутку $t+1$ (када прође један такт), то следеће стање $Q_1(t+1)Q_2(t+1)Q_3(t+1)$ ће бити једнако Q_2Q_3x , односно секвенца коју чине последња два такта (и коју можемо добити битским померањем улево претходног стања у мрежи) и улазни сигнал који се појавио након трећег такта.

Стања у графу можемо допунити излазним сигналимa (већ је речено да је мрежа Муровог типа, код које излаз зависи само од стања мреже) и приказати граф овако:



На основу графа стања можемо нацртати таблицу прелаза/излаза:

Q \ x	0	1	$z_1 z_2$
000	000	001	0 0
001	010	011	0 1
010	100	101	0 1
011	110	111	1 0
100	000	001	0 1
101	010	011	1 0
110	100	101	1 0
111	110	111	1 1

Како се ради о мрежи Муровог типа, код које излаз зависи само од стања мреже, можемо да одредимо прекидачке функције које описују функцију излаза. Приликом цртања графа прелаза/излаза изабрали смо да кодирање стања одмах одговара излазима придруженим стањима (да бисмо лакше утврдили у која стања прелазимо), тако да је сада проналажење функције излаза тривијално:

		Q ₁ Q ₂			
		00	01	11	10
Q ₃	0	0	0	1	0
	1	0	1	1	1

$$Z_1 = Q_1 \cdot Q_2 + Q_1 \cdot Q_3 + Q_2 \cdot Q_3$$

$$Z_1 = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_3} + \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}$$

$$Z_1 = \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_1 \cdot Q_3 \cdot Q_2 \cdot Q_3}$$

		Q ₁ Q ₂			
		00	01	11	10
Q ₃	0	0	1	0	1
	1	1	0	1	0

$$Z_2 = \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} + \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot Q_3 + Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3$$

$$Z_2 = \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3} + \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3} + \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3} + \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3}$$

$$Z_2 = \overline{Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3 \cdot Q_1 \cdot Q_2 \cdot Q_3}$$

Треба да одредимо и функције побуда. Најпре ћемо на основу претходне таблице, нацртати комбинациону таблицу прелаза/излаза. Узимамо да нам се улаз састоји од вектора улаза X и вектора стања Q(t). У нашем случају X има један бит, а Q(t) три бита, па ћемо имати укупно 2⁴=16 различитих вредности. За сваку комбинацију X и Q(t) из таблице прелаза/излаза преписујемо која вредност се добија за Q(t+1) и Z и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза/излаза:

x	Q(t)	Q(t+1)
0	000	000
0	001	010
0	010	100
0	011	110
0	100	000
0	101	010
0	110	100
0	111	110
1	000	001
1	001	011
1	010	101
1	011	111
1	100	001
1	101	011
1	110	101
1	111	111

Сада је потребно на основу комбинационе таблице прелаза нацртати комбинациону таблицу прелаза и побуда за одабрани тип флип-флопа. Због тога што је за реализацију секвенцијалне мреже потребно користити JK флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, потребно је знати таблицу побуде JK флип-флопа код којих је 1 активна вредност улазних сигнала.

Q(t)	Q(t+1)	J	K
0	0	0	b
0	1	1	b
1	0	b	1
1	1	b	0

На основу комбинационе таблице прелаза и таблице побуде флип флопова за JK флип-флопове код којих је 1 активна вредност улазних сигнала, можемо сада конструисати комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

Ову таблицу попуњавамо, тако што прво препишемо комбинациону таблицу прелаза. Сада користимо таблицу побуде JK флип-флопа да добијемо J_1, K_1, J_2, K_2, J_3 и K_3 за сваки прелаз из $Q_i(t)$ у $Q_i(t+1)$ и на тај начин добијамо комбинациону таблицу прелаза и побуда за секвенцијалну мрежу коју конструишемо.

x	Q(t)	Q(t+1)	J_1	K_1	J_2	K_2	J_3	K_3
0	000	000	0	b	0	b	0	b
0	001	010	0	b	1	b	b	1
0	010	100	1	b	b	1	0	b
0	011	110	1	b	b	0	b	1
0	100	000	b	1	0	b	0	b
0	101	010	b	1	1	b	b	1
0	110	100	b	0	b	1	0	b
0	111	110	b	0	b	0	b	1
1	000	001	0	b	0	b	1	b
1	001	011	0	b	1	b	b	0
1	010	101	1	b	b	1	1	b
1	011	111	1	b	b	0	b	0
1	100	001	b	1	0	b	1	b
1	101	011	b	1	1	b	b	0
1	110	101	b	0	b	1	1	b
1	111	111	b	0	b	0	b	0

Сада сваки од сигнала J_1, K_1, J_2, K_2, J_3 и K_3 посматрамо као функцију која зависи од четири променљиве $xQ_1Q_2Q_3$. Постоји више различитих начина како можемо добити изразе за ове сигнале, као што је раније објашњено. У овом случају бирамо да урадимо минимизацију помоћу Карноових карата и добијемо минималну ДНФ.

xQ_1	Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	b	b	0	
01	0	b	b	0	
11	1	b	b	1	
10	1	b	b	1	

$$J_1 = Q_2$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	1	1	b
01	b	1	1	b
11	b	0	0	b
10	b	0	0	b

$$K_1 = \overline{Q_2}$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	1	1	1	1
11	b	b	b	b
10	b	b	b	b

$$J_2 = Q_3$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	b	b	b
01	b	b	b	b
11	0	0	0	0
10	1	1	1	1

$$K_2 = \overline{Q_3}$$

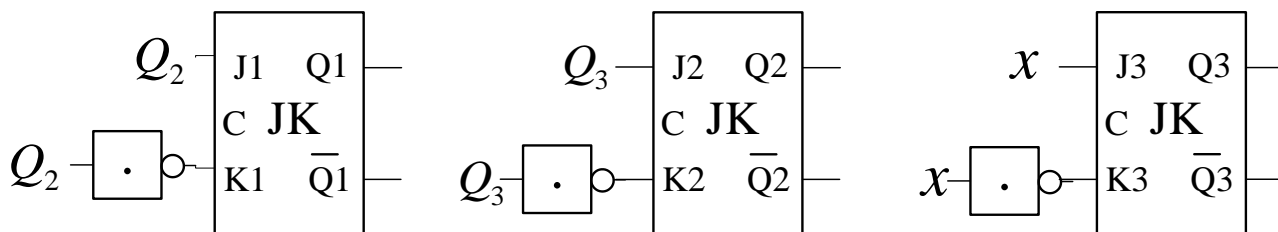
xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	b	b	b	b
11	b	b	b	b
10	0	0	1	1

$$J_3 = x$$

xQ_1				
Q_2Q_3	00	01	11	10
00	b	b	b	b
01	1	1	0	0
11	1	1	0	0
10	b	b	b	b

$$K_3 = \overline{x}$$

Затим од добијених излазних сигнала, реализујемо прекидачку мрежу помоћу НИ елемената:.



$$Z_1 = \overline{\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}}$$

$$Z_2 = \overline{\overline{\overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3} \cdot \overline{Q_1} \cdot \overline{Q_2} \cdot \overline{Q_3}}}$$

Коментар (за почетно стање):

Почетно стање у графу не мора да буде 000, већ може бити било које стање (000, 011, ... ,111). Идеја задатка је да ми морамо да нађемо две јединице у претходна три такта, а да би дошли до тог почетног стања, када можемо да детектујемо да ли је било две јединице или није, ми морамо да сачекамо три такта. Дакле било које од осам стања у графу може бити почетно стање и то зависи од секвенце која ће доћи на улаз мреже у прва три такта.